

mgr inż. Piotr Bońkowski¹⁾
dr inż. Maciej Yan Minch^{1)*}

Analiza efektu P-Delta w zbiornikach wieżowych z jednym stopniem swobody zlokalizowanych na obszarach sejsmicznych

Impact of P-Delta effect on water towers with single degree of freedom located on seismic areas

DOI: 10.15199/33.2015.09.12

(Studium przypadku)

Streszczenie. Artykuł ilustruje problem związany z wpływem efektu P-Delta na wieżowe obiekty o jednym stopniu swobody, które zlokalizowane są na obszarach sejsmicznych. Przedstawiono parametryczną analizę wpływu efektu P-Delta na siły wewnętrzne i przemieszczenia prostego układu o jednym stopniu swobody poddanym oddziaływaniu sejsmicznemu.

Słowa kluczowe: oddziaływania sejsmiczne, efekt P-Delta.

Abstract. The article illustrates problems associated with P-Delta effect on tower objects with single degree of freedom located on seismic areas. Parametric analysis of internal forces and displacements of simple single degree of freedom system with P-Delta effect subjected to seismic loads was presented.

Keywords: seismic loads, P-Delta effect.

Efekty P-Delta, zwane również efektami drugiego rzędu, oprócz powodowania dodatkowych sił w ustrój zmieniają także okres drgań własnych konstrukcji [1, 2]. Tym samym zmienia się odpowiedź dynamiczna konstrukcji na oddziaływania wywołane wstrząsami sejsmicznymi. Efekty te uwzględnia się przez wprowadzenie całkowitej macierzy sztywności k_T , będącej sumą podstawowej sprężystej macierzy sztywności k_E i geometrycznej macierzy sztywności k_G [1]:

$$k_T = k_E + k_G \quad (1)$$

Efekty można sprowadzić do układu liniowego, co pozwala na uwzględnienie zmiany okresu drgań własnych układu. W analizowanym przypadku (rysunek 1) można wykorzystać równania (1 ÷ 4):



$$k_E = (3EI)/L^3, \quad k_G = (3EI^*)/L^3 \quad (2a, 2b)$$

$$I^* = -(mgL^2)/(3E) \quad (3)$$

$$T = 2\pi \sqrt{m/k_T} \quad (4)$$

Rys. 1. Schemat zbiornika wieżowego o jednym stopniu swobody
Fig. 1. Schema of water tower with single degree of freedom

¹⁾ Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego
^{*)} Autor do korespondencji:
e-mail: maciej.minch@pwr.edu.pl

gdzie:
E – moduł Younga;
I – giętny moment bezwładności;
L – wysokość konstrukcji;
m – masa na szczycie obiektu;
g – przyspieszenie ziemskie.

Okres drgań własnych, siły działające na ustrój oraz przemieszczenia oblicza się w przypadku sztywności k_T , natomiast siły wewnętrzne na podstawie obliczonych przemieszczeń – sztywności k_E .

Analiza porównawcza

W analizie porównawczej zadania przyjęto następujące założenia:

- liniowo-sprężyste spektrum przyspieszeniowe dla obszaru LGOM (5) [3], grunt typu C, $S = 1,5$, $T_B = 0,3$, $T_C = 0,8$, $T_D = 1,3$, $\eta = 1$, $a_g = 0,6 \text{ m/s}^2$;
- model 1 (rysunek 1) o następującej charakterystyce: $L = 2,0 \text{ m}$, $E = 33 \text{ GPa}$, $I = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$, $k = 8,25 \cdot 10^2 \text{ kN/m}$;
- model 2 (rysunek 1) o następującej charakterystyce: $L = 36,2 \text{ m}$, $E = 30 \text{ GPa}$, $I = 83,2 \text{ m}^4$, $k = 1,58 \cdot 10^5 \text{ kN/m}$;
- przyspieszenie ziemskie $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

$$S_e(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \left[1 + \frac{T}{T_B} \cdot (\eta \cdot 2,5 - 1) \right] & \text{dla } 0 \leq T \leq T_B \\ a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 & \text{dla } T_B \leq T \leq T_C \\ a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \frac{T_C^{1,5}}{T^{1,5}} & \text{dla } T_C \leq T \leq T_D \\ a_g \cdot S \cdot \eta \cdot 2,5 \cdot \frac{T_C^{1,5} T_D^{1,5}}{T^3} & \text{dla } T_D \leq T \end{cases} \quad (5)$$

gdzie:
 $S_e(T)$ – liniowe spektrum odpowiedzi;
 a_g – przyspieszenie projektowe podłoża;
 S – współczynnik zależny od typu gruntu;
T – okres drgań własnych;
 T_B – współczynnik zależny od typu gruntu;
 η – współczynnik korygujący tłumienie;
 T_C – współczynnik zależny od typu gruntu;
 T_D – współczynnik zależny od typu gruntu.

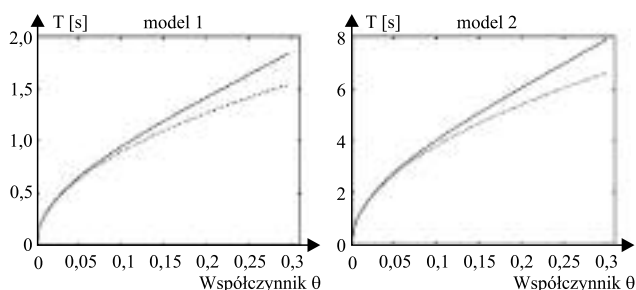
Analizę w przypadku obu modeli przeprowadzono dla $0 < k_G/k_E \leq 0,3$. Dla analizowanego ustroju stosunek k_G/k_E jest równoważny współczynnikowi θ (6) określonym w EC8 [4]. Należy zaznaczyć, że w przypadku większych wartości współczynnika k_G/k_E należałoby użyć dokładniejszych wzorów uwzględniających efekt P-Delta.

$$\theta = (P_{\text{tot}} \cdot d_r) / (V_{\text{tot}} \cdot L) \quad (6)$$

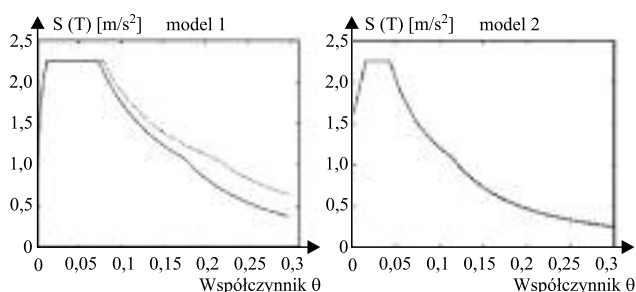
gdzie:
 P_{tot} – całkowity ciężar;
 d_r – obliczeniowe przemieszczenie wierzchołka;
 V_{tot} – pozioma siła od wstrząsu sejsmicznego;
L – wysokość obiektu.

Problem efektu P- Δ w normie EC8 [4] został ujęty inaczej, niż zostało to przedstawione we wstępie. Podczas analizy stosuje się jedynie macierz sztywności k_E , w związku z tym nie uwzględnia się przesunięcia w fazie układu (rysunek 2). Norma stwierdza także, że efekty drugiego rzędu dla współczynnika $\theta \leq 0,1$ mogą nie być uwzględniane, dla zakresu $0,1 < \theta \leq 0,2$ efekty te można uwzględnić, mnożąc efekty oddziaływań od wstrząsu przez współczynnik n (7). Współczynnik θ nie powinien przekraczać wartości 0,3.

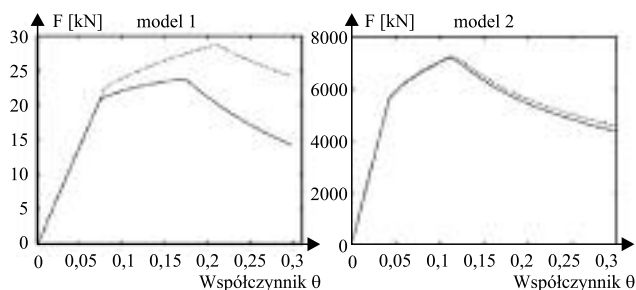
$$n = 1 / (1 - \theta) \quad (7)$$



Rys. 2. Okres drgań własnych ustroju
Fig. 2. The natural period of vibration of the system



Rys. 3. Spektrum liniowo-sprężyste
Fig. 3. The elastic response spectrum



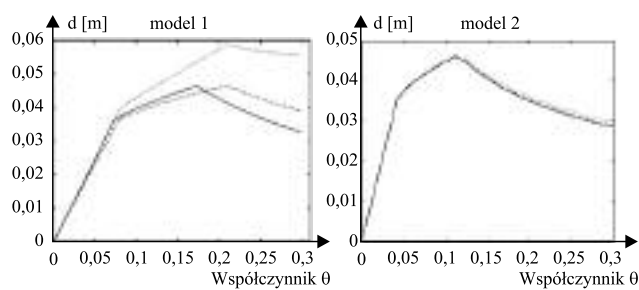
Rys. 4. Pozioma siła od wstrząsu sejsmicznego działająca na masę
Fig. 4. The horizontal seismic force acting on the mass

Wykresy przedstawiające okres drgań własnych, spektrum liniowo-sprężyste oraz siły i przemieszczenia działające na ustrój pokazano na rysunkach 2 ÷ 5 (linia ciągła dotyczy ustroju z uwzględnieniem efektu P-Delta, linia przerywana bez efektu P-Delta). Natomiast linią kropkowaną (rysunek 5) przedstawiono efekty oddziaływań z uwzględnieniem efektu P-Delta w ujęciu normy EC8. Dla modelu 2 na rysunkach 3 ÷ 5 przedstawiono wyniki analizy w przypadku mniejszego zakresu zmian k_G/k_E . Stosunek przemieszczeń ustroju bez uwzględnienia efektu P-Delta do przemieszczeń uwzględniających ten efekt (linia ciągła) oraz stosunek przemieszczeń ustroju z uwzględnieniem efektu P-Delta wg wzoru (1) do tych uzyskanych ze wzoru (7) (linia przerywana) pokazano na rysunku 7.

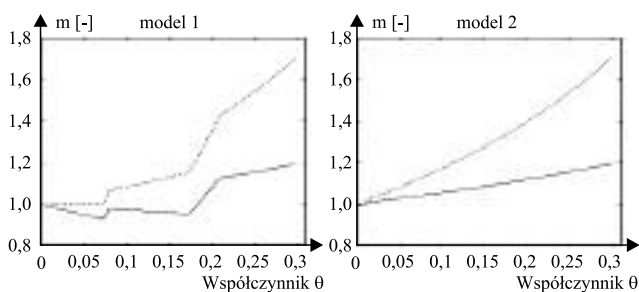
Na podstawie przeprowadzonych analiz stwierdzono, że wpływ na zależności na rysunku 2 ma jedynie wysokość konstrukcji L.

ki 6, 7). Dla analizowanego spektrum odpowiedzi, gdy konstrukcja jest niska (model 1, rysunek 6) przy małym θ efekt P-Delta będzie miał niekorzystny wpływ na siły wewnętrzne w konstrukcji, przy większym θ efekt P-Delta będzie oddziaływał korzystnie. Gdy konstrukcja jest wysoka (model 2, rysunek 6) efekt P-Delta ma korzystny bądź neutralny wpływ na siły wewnętrzne w konstrukcji. Zwiększenie masy zbiornika (a co za tym idzie współczynnika θ) może wpłynąć korzystnie na siły wewnętrzne w ustroju (rysunek 5). Należy zatem pamiętać, aby analizować konstrukcje zbiorników przy różnym stopniu wypełnienia. Istnieje spora rozbieżność pomiędzy uproszczoną analizą z wykorzystaniem zmienionej macierzy sztywności a analizą zgodnie z EC8 [4]. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że:

■ analiza została przeprowadzona, nie uwzględniając wpływu drgań pionowych gruntu;



Rys. 5. Przemieszczenie wierzchołka ustroju
Fig. 5. Displacement of the top of the system



Rys. 6. Stosunek sił wewnętrznych ustroju nieuwzględniającego efektu P-Delta do uwzględniającego tenże efekt
Fig. 6. The ratio of the internal forces of the system without considering P-Delta effect to the system with this effect

Podsumowanie

Można zauważyć (rysunek 2), że zmiana wysokości L układu powoduje, iż efekt P-Delta zachodzi dla innych okresów drgań własnych obiektu. W związku z tym wpływ tego efektu będzie inny (rysunki 6, 7).

■ efekt P-Delta ma inny charakter, gdy konstrukcja będzie pracować poza zakresem sprężystym [2]. Przeprowadzone analizy [5] pokazują, że podejście EC8 [4] jest generalnie konserwatywne, także w przypadku konstrukcji mogących pracować nieliniowo.

Stosując uproszczoną, liniową analizę, efekt P-Delta można obliczać wg procedury EC8 [4], wiedząc, że konstrukcja może mieć pewien zapas bezpieczeństwa, bądź należy zastosować analizę nieliniową (np. Time-History), która dodatkowo uwzględni pionowe drgania gruntu.

Literatura

- [1] Wilson E. L. Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures. A Physical Approach With Emphasis on Earthquake Engineering. Berkeley, Computers & Structures, Inc., 2002.
- [2] Chopra Anil K.: Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering. Fourth Edition. Prentice Hall 2012.
- [3] Zembaty Z. i inni: Wytyczne branżowe do projektowania obiektów kubaturowych w LGOM na wpływy dynamiczne od wstrząsów górniczych. Tom 1 – Wytyczne projektowe. Opole, Wydawnictwo Politechniki Opolskiej, 2012.
- [4] PN-EN 1998-1: 2005. Projektowanie konstrukcji poddanych oddziaływaniom sejsmicznym. Część 1: Reguły ogólne, oddziaływania sejsmiczne i reguły dla budynków.
- [5] Amara F., Bosco M., Marino E. M., Rossi P. P. An accurate strength amplification factor for the design of SDOF systems with P-Delta effects. Earthquake Engng Struct. Dyn. 2014; 43: 589–611.

Przyjęto do druku: 10.08.2015 r.