

dr hab. inż. Eugeniusz Hotała, prof. PWr*
dr inż. Łukasz Skotny*

Stan graniczny niestateczności walcowych powłok silosów stalowych opartych na podporach odcinkowych

*Capacity due to instability of cylindrical steel shells supported
on discrete supports*

Streszczenie. W stalowych silosach opartych na słupach podstawowym zagadnieniem w ocenie ich nośności jest właściwie przeprowadzona analiza stateczności walcowych płaszczy w strefach podporowych. W artykule dokonano krytycznej oceny zalecanych w normach PN-EN 1993-4-1 i PN-EN 1993-1-6 metod oceny nośności takich płaszczy silosów. Zwrócono uwagę na trudności w stosowaniu normowych procedur oceny nośności w przypadku dużego spiętrzenia południkowych naprężeń ściskających, które ma miejsce w przypadku zastosowania podpór odcinkowych nieuźebrowanych i uźebrowanych podłużnie walcowych płaszczy silosów. Zaprezentowano wybrane wyniki własnych analiz stateczności płaszczy silosów.

Słowa kluczowe: stateczność powłok, silos stalowy, nośność graniczna.

Abstract. Basic issue in assessment of capacity of steel silo supported on columns concerns correctly performed analysis of stability of silo shell in region near supports. This paper presents an analysis of procedures given in codes PN-EN 1993-4-1 and PN-EN 1993-1-6 for assessment of said capacity. Difficulties in application of code procedures in case of meridional stress concentrations that are present in discretely supported silos are highlighted. Authors present selected results of own analyses concerning stability of silo shells.

Keywords: shell stability, steel silo, load bearing capacity.

W artykule przedstawiono wybrane aspekty analizy stanu granicznego niestateczności (LS3) walcowych powłok silosów stalowych opartych na kilku podporach odcinkowych na podstawie norm PN-EN 1993-4-1 [1] i PN-EN 1993-1-6 [2] oraz wyników własnych analiz numerycznych i badań doświadczalnych powłok walcowych [3]. Zwrócono uwagę na problem lokalnej utraty stateczności walcowych płaszczy silosów, który naszym zdaniem jest przedstawiony w normie PN-EN 1993-4-1 zbyt pobieżnie i w sposób nazbyt uproszczony. Sformułowane wnioski praktyczne mogą pomóc inżynierom w prawidłowej ocenie stateczności płaszczy silosów opartych na głowicach słupów lub innych podporach odcinkowych.

Wymiarując stalowe powłoki walcowe płaszczy silosów wg PN-EN 1993-4-1 analizuje się następujące stany graniczne:

- LS1 – zniszczenie plastyczne;
- LS2 – nieprzystosowanie plastyczne (zniszczenie niskocyklowe);
- LS3 – niestateczność (wyboczenie);
- LS4 – zmęczenie.

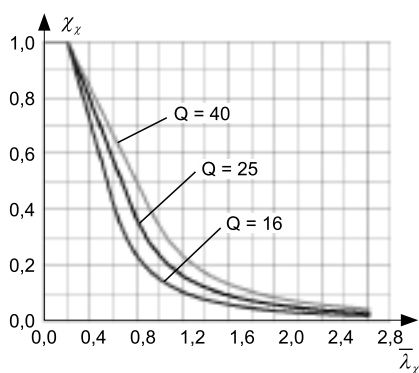
W przypadku oparcia walcowego płaszcza silosu na podporach odcinkowych, którymi często są głowice słupów (fotografia), występują w nim znaczne spiętrzenia naprężeń ściskających – głównie południkowych σ_x – nad podporami odcinkowymi. Z tego powodu szczególne znaczenie ma właściwe wymiarowanie płaszcza silosu z uwagi na niestateczność, która w takim przypadku ma charakter lokalny. Utrata stateczności płaszczy silosów nad podporami odcinkowymi była przyczyną katastrof budowlanych wielu silosów stalowych [4].

Nośność powłoki walcowej płaszcza silosu determinowana utratą stateczności zależy w istotnym stopniu od dokładności wykonania tej powłoki. W normach PN-EN 1993-4-1 i PN-EN 1993-1-6, podobnie jak w poprzednich PN-B-03202 [5] i DIN 1800 [6],



Silosy stalowe oparte na głowicach słupów
[Fot. E. Hotała]

uwzględnienie imperfekcji kształtu w procedurze wymiarowania odbywa się przez zastosowanie odpowiednich krzywych wyboczeniowych. Krzywe te w odniesieniu do ściskania południkowego (rysunek 1) przedstawiają zależność pomiędzy smukłością względną powłoki $\bar{\lambda}_x$ a współczynnikiem wybo-



Rys. 1. Krzywe wyoboczeniowe ściskanych osiowo powłok walcowych wg normy PN-EN 1993-4-1 [1] przy wyoboczeniu sprężystym, bez ciśnienia wewnętrznego w powłoce

zeniowym χ_x przy różnych parametrach jakości wykonania powłoki Q , przyjmowanych zgodnie z tabelicą 5.1 w normie PN-EN 1993-4-1.

Krzywe z rysunku 1 nie są bezpośrednio przedstawione w normie PN-EN 1993-4-1, w której wartości χ_x opisano równaniami 5.30 – 5.32. Przy tworzeniu tych krzywych nie uwzględniono ciśnienia wewnętrznego i możliwości wyoboczenia plastycznego. Na podstawie parametru jakości wykonania Q , promienia powłoki r i grubości ścianki powłoki t określa się wartość amplitudy reprezentatywnej imperfekcji:

$$w_{ok} = \frac{t}{Q} \sqrt{\frac{r}{t}} \quad (1)$$

Jest ona potrzebna do wyznaczenia wartości parametru imperfekcji przy sprężystym wyoboczeniu powłoki bez udziału ciśnienia wewnętrznego:

$$\alpha_0 = \frac{0,62}{1 + 1,91 \Psi \cdot \left(\frac{w_{ok}}{t}\right)^{1,44}} \quad (2)$$

Nośność obliczeniową na wyoboczenie przy osiowym ściskaniu powłoki walcowej wyznacza się w każdym punkcie powłoki w zależności od klasy jakości wytwarzania, intensywności ciśnienia wewnętrznego p oraz stopnia równomierności obwodowych naprężeń ściskających. Z jednej więc strony w p. 4.2.2.3 (12) normy PN-EN 1993-4-1 zaleca się pomijanie usztywniającego wpływu składowanego materiału na poprawę stateczności konstrukcji silosu, a z drugiej w p. 5.3.2.2 (1) (uwaga 3) w tej samej normie dopuszcza się uwzględnienie korzystnego wpływu

ciśnienia wewnętrznego (o wartości nie większej niż przy napełnianiu) na zwiększenie nośności na wyoboczenie przy ściskaniu podłużnym.

W rozdziale 5.3.2.4 (6) normy PN-EN 1993-4-1 podane są wzory umożliwiające uwzględnienie wpływu ciśnienia wewnętrznego na utratę stateczności (uzyskuje się parametr α_{pe}), natomiast w rozdziale 5.3.2.4 (7) tej normy podana jest zależność pozwalająca wyznaczyć parametr α_{pp} uwzględniający możliwość plastycznej utraty stateczności. Używany w obliczeniach parametr α wynosi α_0 , gdy nie występuje ciśnienie wewnętrzne p , a w przypadku występowania tego ciśnienia przyjmuje się mniejszą z wartości α_{pe} lub α_{pp} . Wartość parametru α może być jeszcze zredukowana w przypadku dużych mimośrodków w połączeniach blach zgodnie z punktem 5.3.2.4 (12) normy PN-EN 1993-4-1. Naszym zdaniem, w przypadku ryzyka lokalnej utraty stateczności, korzystny wpływ ciśnienia wewnętrznego p należy pomijać.

Lokalna i globalna utrata stateczności w ujęciu normowym

Pierwszy rodzaj utraty stateczności, czyli **niestateczność ogólna** występuje w powłokach podpartych na całym obwodzie przy ich równomiernym obciążeniu (rysunek 2a). Jest to zjawisko dobrze poznane, a sposoby wymiarowania takich powłok przedstawione były już w wielu normach przedmiotowych, m.in. PN-B-03202 i DIN 18800. Natomiast **niestateczność miejscowa** (rysunek 2b) jest wciąż zjawiskiem słabo poznany, a często to ona decyduje o nośności analizowanej powłoki. Taka forma utraty stateczności występuje, gdy rozkład południkowych naprężeń ściskających

zmienia się po obwodzie powłoki. Nie-równomierność rozkładu tych naprężeń najczęściej spowodowana jest dyskretnym podparciem powłoki, lecz może być też wynikiem niesymetrycznych obciążeń południkowych. Samuelson i Eggwertz [8] wykazali, że lokalne naprężenia południkowe nie rozchodzą się w powłokach walcowych pod kątem 45° , jak wynikałoby to z zasady Saint-Venanta, lecz kąt rozchodzenia się tych naprężeń jest zdecydowanie większy (rysunki 3 i 4), co utrudnia ich rozprowadzenie po obwodzie powłoki. W praktyce oznacza to, że bardzo trudne jest zapewnienie równomiernego rozkładu tych naprężeń w powłokach podpartych dyskretnie, co badano m.in. w pracy [3] i opisano w dalszej części artykułu.

W ujęciu normowym rozkład obwodowy ściskających naprężeń południkowych określa parametr Ψ występujący we wzorze (2). W przypadku równomiernego ściskania obwodowego przyjmuje on wartość 1, natomiast w przypadku nierównomiernego rozkładu naprężeń ściskających wartość tego parametru maleje. Chcąc uwzględnić możliwość lokalnej utraty stateczności w powłoce, analizuje się rozkład naprężeń ściskających „w rozpatrywanym przekroju”, a zatem w całej powłoce, zgodnie z punktem 5.3.2.4 (8) normy PN-EN 1993-4-1. Zakłada się przy tym, że rozkład naprężeń odpowiadał będzie przedstawionemu na rysunku 3a oznaczonemu w normie PN-EN 1993-4-1 jako rysunek 5.2. Założenie to nie zawsze jest jednak prawdziwe, gdyż przy szerokich podporach dochodzi w powłokach do zjawiska polegającego na opieraniu się powłoki na skrajach podpory. Powoduje to inny niż wynikający z rysunku 3a rozkład naprężeń. Istotnym problemem jest również wyznaczenie stosunku naprężeń s :

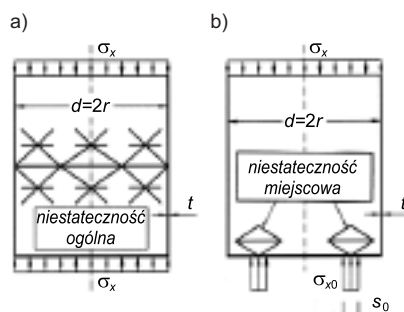
$$s = \frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}} \quad (3)$$

gdzie:

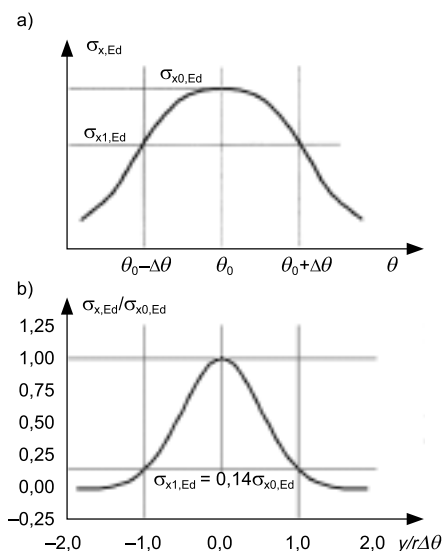
$\sigma_{x0,Ed}$ – maksymalne liniowo sprężyste podłużne naprężenia ściskające (odczytywane w punkcie „o”);
 $\sigma_{x1,Ed}$ – liniowo sprężyste podłużne naprężenia ściskające (odczytywane w odległości obwodowej y od punktu „o”).

$$y = r \Delta\theta = 4\sqrt{rt} \quad (4)$$

Zgodnie z punktem 5.3.2.4 (9) stosunek s powinien wynosić od 0,3 do 1,0.

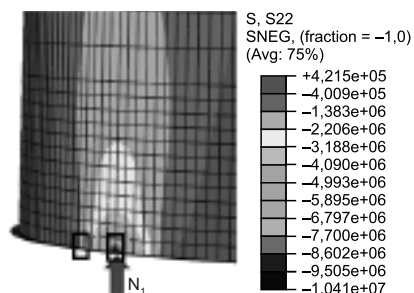


Rys. 2. Schemat utraty stateczności: globalnej (a) i lokalnej (b) wg [7]

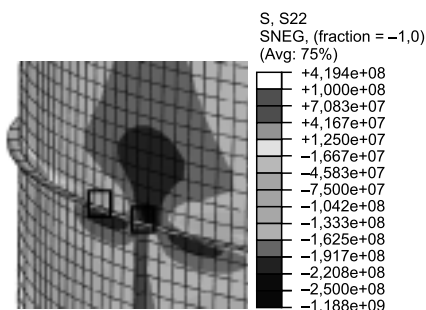


Rys. 3. Rozkład południkowych naprężeń ściskających σ_x nad podporą dyskretną: a) przedstawiony w normie PN-EN-1993-4-1; b) uzyskany z analiz numerycznych MES w przypadku powłoki $r/t = 500$ przy szerokości pojedynczej podpory $s = 0,04 \pi r$

W innym przypadku konieczne jest dobranie takiej odległości y , by $s \approx 0,5$. Należy podkreślić, że procedura opisana w 5.3.2.4 (10) nie uwzględnia przyjętej długości y , a jedynie uzyskany stosunek naprężeń, co sprowadza się praktycznie do przyjmowania $s = 0,5$ bez względu na sytuację i może prowadzić do uzyskania niewłaściwych wyników (przy założeniu, że pierwotny stosunek naprężeń nie mieścił się w zadanym przedziale). Problem ten jest istotny szczególnie przy stosowaniu wąskich podpór lub uźebrowania strefy przypodporowej, gdyż w tych przypadkach (rysunki 4, 5) spiętrzenie naprężeń sprawia, że naprężenia $\sigma_{x0,Ed}$ uzyskane z liniowej sprężystej analizy są przynajmniej dziesięciokrotnie większe niż $\sigma_{x1,Ed}$ a ich stosunek nie mieści się



Rys. 4. Rozkład południkowych naprężeń ściskających σ_x w odcinkowo podpartej powłocie – prostokątami oznaczono miejsca odczytywania naprężeń $\sigma_{x1,Ed}$ (po lewej) i $\sigma_{x0,Ed}$ (po prawej)



Rys. 5. Rozkład południkowych naprężeń ściskających σ_x w powłocie uźebrowanej – prostokątami oznaczono miejsca odczytywania naprężeń $\sigma_{x1,Ed}$ (po lewej) i $\sigma_{x0,Ed}$ (po prawej)

w zadanym przedziale (rozkład naprężeń nad podporą przykładowej powłoki przedstawiono na rysunku 3b).

Procedura uzyskania wartości parametru Ψ opisana w rozdziale 5.3.2.4 (10) sprowadza się do wyznaczenia wielkości harmonicznej j rozkładu naprężenia:

$$j = 0,25 \sqrt{\frac{r}{t}} \cdot \arccos\left(\frac{\sigma_{x1,Ed}}{\sigma_{x0,Ed}}\right) \quad (5)$$

a następnie wyznacza się bezpośrednio parametr nierównomiernego rozkładu naprężeń Ψ określony wzorem:

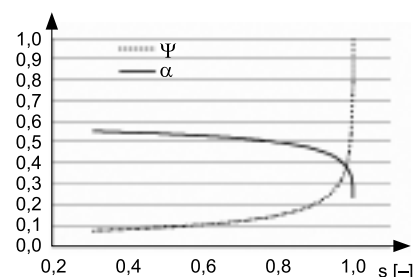
$$\Psi = \frac{1 - b_1 j}{1 + b_2 j} \quad (6)$$

gdzie:

$$b_1 = 0,5 \sqrt{\frac{t}{r}} \quad (7)$$

$$b_2 = \frac{(1 - b_1)}{\Psi_b} - 1 \quad (8)$$

W przypadku analizowanej powłoki zarówno promień r , jak i jej grubość t jest stała, uwzględniając dodatkowo, że współczynnik Ψ_b ze wzoru (8) ma stałą wartość (zaleca się $\Psi_b = 0,4$, zgodnie z uwagą do punktu 5.3.2.4 (10)). Oznacza to, że parametr Ψ zależy wyłącznie od stosunku naprężeń $\sigma_{x1,Ed}$ do naprężeń $\sigma_{x0,Ed}$ ze wzoru (5), a zatem od współczynnika s – wzór (4). Opisana procedura sprawia, że w przypadku wartości s zbliżonych do 1,0 gwałtownie zmienia się wartość parametru Ψ (rysunek 6), a co za tym idzie spada wartość parametru α (przyjęto $\alpha = \alpha_0$). W przedziale s od 0,8 do 1,0 zmiany te następują bardzo szybko, co może powodować obawy o wpływ dokładności obliczeń na wynik



Rys. 6. Wpływ parametru s na wartości współczynników Ψ i α

końcowy. Należy jednak pamiętać, że w praktyce tak zbliżony do równomiernego rozkład naprężeń jest bardzo trudny do uzyskania, a co za tym idzie istotna jest raczej część wykresu z przedziału s od 0,3 do 0,5.

Wyznaczenie nośności powłoki stalowej

Ostatnim krokiem w wyznaczaniu nośności płaszcza silosu, wykonane go ze stali o module Younga E i granicy plastyczności f_y , z uwagi na utratę stateczności przy ściskaniu podłużnym jest wyznaczenie smukłości względnej ze wzoru:

$$\bar{\lambda}_x = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{x,Rcr}}} \quad (9)$$

gdzie:

$$\sigma_{x,Rcr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \cdot \frac{t}{r} = 0,605 E \frac{t}{r} \quad (10)$$

Następnie należy wyznaczyć współczynnik wyobczeniowy χ_x ze wzorów (5.30-5.35) zawartych w rozdziale 5.3.2.4 (15) normy PN-EN 1993-4-1 lub, w przypadku braku ciśnienia wewnętrznego w silosie, odczytać z nomogramu. Obliczeniowa błonowa wytrzymałość wyobczeniowa określona jest zależnością:

$$\sigma_{x,Rd} = \frac{\sigma_{x,Rk}}{\gamma_1} = \frac{\chi_x \cdot f_y}{1,1} \quad (11)$$

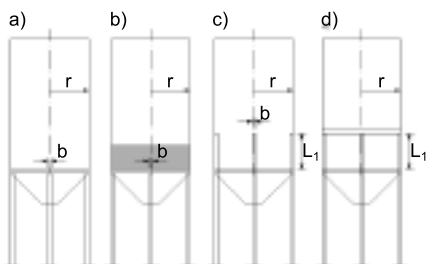
Zgodnie z 5.3.2.4 (17) nośność należy sprawdzić w każdym punkcie powłoki. Oznacza to, że trzeba uwzględnić wszystkie spiętrzenia naprężeń, powodowane np. występowaniem żeber lub podporami dyskretnymi.

Wpływ uźebrowania strefy podporowej na nośność powłoki

Jak wspomniano wcześniej, zapewnienie równomiernego rozkładu południkowych naprężeń ściskających

w powłokach podpartych dyskretnie jest w praktyce inżynierskiej w zasadzie niemożliwe. W przypadku braku wzmocnień strefy przypodporowej (rysunek 7a) reakcja przekazana z podpory na płaszcz powłoki przenoszona jest w postaci wąskiego strumienia naprężeń ściskających (rysunek 4). Ze względu na możliwość lokalnej utraty stateczności w strefie znacznej koncentracji naprężeń nad podporą zwiększa się tam niekiedy grubość płaszcz (rysunek 7b) lub stosuje się inne wzmocnienia stref przypodporowych. Jednym z bardziej popularnych rozwiązań jest stosowanie żeber krótkich będących przedłużeniem słupa, na którym opiera się powłoka (rysunek 7c) oraz zastosowanie takich żeber zwieńczonych dodatkowo pierścieniem pośrednim (rysunek 7d).

W PN-EN 1993-4-1 i PN-EN 1993-1-6 nie przedstawiono sposobu analizy stateczności płaszczu w przypadku wzmocnień przedstawionych na rysunkach 7c i 7d. Jest to o tyle niebezpieczne, że panuje przekonanie, iż w przypadku zastosowania żeber krótkich długości $L_1 > r$ i zwieńczeniu tych żeber pierścieniem pośrednim (rysunek 7d) można uznać rozkład południkowych naprężeń ściskających w nieuzębrowanej części powłoki za równomierny ($\Psi = 1$). Jest to przekonanie błędne, co można wykazać nawet w prostej analizie numerycznej (por. rozkład naprężeń na rysunku 5) i co obszernie analizowano w pracy [3]. Należy zaznaczyć, że przyjęcie tego błędnego założenia prowadzi do znacznego przeszacowania nośności analizowanej powłoki i realnego ryzyka awarii.



Rys. 7. Typowe rozwiązania stref przypodporowych w silosach: a) brak wzmocnień; b) pogrubienie powłoki; c) zastosowanie żeber krótkich; d) zastosowanie żeber krótkich zwieńczonych pierścieniem pośrednim [3]

W silosach o konstrukcjach przedstawionych na rysunkach 7c i 7d zalecamy wykonywanie zaawansowanych analiz numerycznych, aby bezpiecznie określić nośność tych powłok. Można też wymiarować je zgodnie ze sprawdzonymi przez lata metodami przedstawionymi m.in. w [7; 8; 9; 10].

Podsumowanie

W artykule przedstawiono sposób wyznaczania nośności powłoki z uwagi na wyboczenie przy ściskaniu podłużnym. Należy zaznaczyć, że zgodnie z normą PN-EN 1993-4-1 nie da się sprawdzić stanu granicznego LS3 dyskretnie podpartej powłoki bez wykonywania analiz numerycznych, gdyż w procedurze uwzględnia się rozkład południkowych naprężeń ściskających wg wzoru (3), w którym rozkład należy wyznaczyć numerycznie. Jest to niewątpliwie duże utrudnienie w projektowaniu, szczególnie że nie wszystkie programy obliczeniowe na rynku pozwalają na wykonanie takiej analizy.

Rezygnując z analiz numerycznych, np. w przypadku obliczeń wstępnych, należałoby przyjąć najbardziej niekorzystny rozkład naprężeń, stosując parametr $s = 0,3$. W świetle przedstawionych rozważań, stosunek naprężeń s nie będzie się mieścił w żądanym przedziale i należy wówczas przyjąć $s = 0,5$. Naszym zdaniem nie jest to jednak najlepsze podejście do problemu i w takich sytuacjach należałoby raczej sprawdzić nośność powłoki w sposób opisany, np. w [7].

Innym problemem jest konieczność sprawdzania warunku nośności w każdym punkcie konstrukcji. W przypadku wykonywania liniowej analizy sprężystej uzyskuje się lokalne spiętrzenia naprężeń nad podporami odcinkowymi czy końcami żeber (nawet w przypadku zwieńczenia ich pierścieniem obwodowym). Tak więc rygorystyczne przestrzeganie tego zapisu będzie powodowało znaczne przewymiarowanie powłoki z uwagi na wysokie naprężenia ściskające tuż nad pierścieniem (pośrednim lub podporowym), w którym to miejscu utrata stateczności (analizowana w tej procedurze) nie może nastąpić z uwagi na bliskość pierścienia. W wielu pracach przedstawiano inne sposoby po-

dejścia do problemu, np. przez wyznaczenie odległości półfali wyboczeniowej od pierścienia i odczytywanie naprężeń na tej wysokości [8; 9] lub wyznaczenie krytycznej reakcji podporowej powodującej lokalną utratę stateczności strefy przypodporowej powłoki [7; 10].

Odrębnym zagadnieniem jest wykonanie numerycznej analizy GMNIA opisanej w normie PN-EN 1993-1-6. Nie jest ona wymagana, ale pozwala na uniknięcie problemów przedstawionych w artykule, szczególnie gdy wykonywane są końcowe obliczenia statyczne, które powinny w pełni spełniać wymagania obowiązujących norm. Należy podkreślić, że wykonanie takiej analizy płaszczu silosu związane jest z zastosowaniem zaawansowanych programów numerycznych, rzadko stosowanych w biurach projektowych. Wymagana jest też zaawansowana wiedza dotycząca analizy metodą elementów skończonych.

Literatura

- [1] PN-EN 1993-4-1:2009 Eurokod 3 *Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 4-1: Silosy*.
- [2] PN-EN 1993-1-6:2009 Eurokod 3 *Projektowanie konstrukcji stalowych – Część 1-6: Wytrzymałość i stateczność konstrukcji powłokowych*.
- [3] Skotny Ł., *Nośność graniczna uzębrowanych cylindrycznych powłok płaszczu silosów stalowych w strefie podpór odcinkowych*, Rozprawa doktorska, raport serii PRE nr 2/2011.
- [4] Pasternak H., Hotała E., *Schäden an Stahlsilos – Ursache und Beispiele*, Bauingenieur 71 (1996), s. 223 – 228.
- [5] PN-B-03202:1996 *Konstrukcje stalowe. Silosy na materiały sypkie*.
- [6] DIN 1800 Teil 4. *Stahlbauten Stabilitätsfälle, Schalenbeulen*.
- [7] Hotała E., *Nośność graniczna nieuzębrowanych cylindrycznych płaszczu silosów stalowych*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2003.
- [8] Samuelson L.A., Eggwertz S., *Shell stability handbook*, Elsevier, London 1992.
- [9] Knödel P., Ummenhofer T., *Ein Einfaches Modell um Stabilitätsnachweiszylindrischer Schalentragwerke auf Einzelstützen*, Der Stahlbau, Nr 6, 1998, str. 425 – 429.
- [10] Komann S., *Stabilität von diskretgestützten, axialbelasteten, dünnwandigen Kreiszyllinderschalen aus Stahl*, BTU Cottbus, Schriftenreicht Stahlbau, Heft 4/2005.