

Współczynnik kształtu stanowi iloraz średniej wytrzymałości na ściskanie elementów próbnych muru i średniej wytrzymałości próbek nienormowych. Uzyskano następujące wartości współczynników: $d_{2cegly} = 0,47$; $d_{3cegly} = 0,49$.

Podsumowanie

Wytrzymałość murów zależy od parametrów elementów murowych oraz zaprawy. Sposób laboratoryjnego wyznaczania wytrzymałości na ściskanie murów określa norma [2], zgodnie z którą badania wykonuje się na specjalnie przygotowanych próbkach, tzw. elementach próbnych muru, które powinny mieć stosunkowo duże wymiary, co jest niemożliwe w przypadku próbek pobieranych z budynków istniejących.

Na przykładzie XIX-wiecznego budynku omówiono sposób laboratoryjnego wyznaczania wytrzymałości murów na ściskanie. Pobrane próbki znacznie różniły się wielkością i proporcjami wymiarów od normowych elementów próbnych. Wiedza na temat badań wy-

trzymałości na ściskanie próbek elementów murowych lub betonu pozwalała przypuszczać, że w przypadku wytrzymałości murów kształt i wymiary próbek będą miały istotny wpływ na wyniki. Z tego względu wykonano dodatkowe badania dwóch serii próbek porównawczych, wykonanych w laboratorium – jednych zgodnych z normą [2], a drugich odpowiadających kształtem i wymiarami próbkom pobranym z budynku. Pozwoliło to na obliczenie współczynników kształtu (podobnie jak to ma miejsce w przypadku badania elementów murowych), dzięki którym oszacowano normową wytrzymałość murów w przedmiotowym budynku. Wartość współczynników kształtu, będących ilorzem wytrzymałości określonej na elementach próbnych do wytrzymałości próbek nienormowych, wyniosła 0,47 i 0,49. Oznacza to, że względny błąd przy określaniu wytrzymałości murów na próbkach niezgodnych z normą [2] może być bardzo duży i wynosić nawet ponad 100%.

Uzyskane różnice wytrzymałości murów wyznaczone na próbkach o różnym kształcie i wymiarach pozwalają stwierdzić, że wytrzymałość określana na podstawie badań próbek niezgodnych z normą [2] nie powinna być przyjmowana jako miarodajna przy sprawdzaniu warunków nośności.

Literatura

- [1] PN-EN 772-1:2001, Metody badań elementów murowych. Część 1: Określenie wytrzymałości na ściskanie.
- [2] PN-EN 1052-1, Metody badań murów. Określenie wytrzymałości na ściskanie.
- [3] Lewicki B., Diagnostyczna wytrzymałość obliczeniowa betonu i muru, Prace Instytutu Techniki Budowlanej, kwartalnik nr 3 (123) 2002.
- [4] Matysek P., Witkowski M., Badania wytrzymałości i odkształcalności XIX-wiecznych murów ceglanych, XXVI Konferencja Naukowo-Techniczna, Awarie Budowlane 2013.
- [5] Gruszczyński M., Matysek P., Ocena wytrzymałości murów ceglanych na podstawie badań odwiertów rdzeniowych, Civil Engineering, 3-B/2011, Wydawnictwo Politechniki Krakowskiej.

Przyjęto do druku: 14.10.2015 r.

dr inż. Magdalena Lachowicz¹⁾
dr inż. Justyna Sobczak-Piąstka^{1)*}
prof. dr hab. inż. Adam Podhorecki¹⁾

Propozycja nowego modelu niezawodności realizacji procesów inwestycyjno-budowlanych

DOI: 10.15199/33.2015.12.22

Niezawodność procesów inwestycyjno-budowlanych jest szczególnie istotna w przypadku realizacji inwestycji strategicznych pod względem np. bezpieczeństwa czy rozwoju i pozycji kraju na rynku międzynarodowym. Wiąże się to z planowaniem czasu trwania realizacji inwestycji, jej kosztem oraz jakością robót budowlanych.

Analizując ryzyko sprawnego przeprowadzenia inwestycji, istotne i ważne jest określenie poziomu bezpieczeństwa realizacji w warunkach losowych wybranych zjawisk i zdarzeń. Bezpieczeństwo to można rozumieć wprost ja-

ko niezawodność procesu budowlanego, przy czym wydaje się, że model niezawodności tego procesu nie jest jednoznacznie zdefiniowany.

Głównymi zmiennymi losowymi procesu inwestycyjno-budowlanego są czas i cena. Współczesne, praktyczne metody projektowania tego procesu w niewielkim stopniu wykorzystują wiedzę dotyczącą losowości wielu zjawisk towarzyszących. Analizą probabilistyczną i oceną niezawodności procesów budowlanych zajmuje się intensywnie rozwijana nowa dziedzina wiedzy – **niezawodność procesów budowlanych** (lub/i inwestycyjno-budowlanych).

W artykule przedstawiono nową metodę analizy niezawodności procesów inwestycyjno-budowlanych opracowaną przez analogię do analizy nie-

zawodności konstrukcji z wykorzystaniem tzw. wskaźnika niezawodności β [1, 2]. Proponowana metoda istotnie wzbogaca dotychczasowe rozważania (np. [3, 4]).

Sposoby określania niezawodności konstrukcji

W analizie niezawodności konstrukcji początkowo przyjmowano, że zmienne losowe są normalne i niezależne, a funkcja graniczna ma charakter liniowy. Prowadziło to do bardzo prostego zdefiniowania tzw. wskaźnika niezawodności β . W przypadku nieznanymi rozkładów prawdopodobieństwa dokonywano linearyzacji wokół wartości średnich, co prowadziło także do dość prostego zdefiniowania wskaźnika niezawodności Cornella β_c [5]. Wadą tego sformułowania była zależność wskaźni-

¹⁾ Uniwersytet Technologiczno-Przyrodniczy w Bydgoszczy, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska

^{*)} Autor do korespondencji:
e-mail: justynas@utp.edu.pl

ka β_c od przyjętej postaci funkcji stanu granicznego. Skorygowali to w 1974 r. Hasofer i Lind [6], lokalizując tzw. punkt projektowy, tj. punkt wyrażający taką relację zmiennych losowych w obszarze awarii (zawodności), której odpowiada największa wartość funkcji gęstości prawdopodobieństwa. Linearyzacja funkcji prawdopodobieństwa w tym punkcie projektowym pozwala zdefiniować tzw. **wskaźnik niezawodności Hasofera – Linda** β_H , który jest niezmienny ze względu na równoważne sformułowanie funkcji granicznej.

W 1978 r. Rackwitz i Fissler wykorzystali ideę wskaźnika Hasofera, co polegało na transformacji niezależnych zmiennych losowych o dowolnych rozkładach prawdopodobieństwa do standardowych zmiennych normalnych i zaproponowali sposób poszukiwania punktu projektowego [7]. Hoherbichler i Rackwitz rozwinęli to podejście [8], wykorzystując transformację Rosenblatta [8] do transformacji zależnych zmiennych losowych do przestrzeni standardowej [9].

Metody projektowania konstrukcji można klasyfikować na podstawie sposobu oceny niezawodności, jako:

- metody deterministyczne (poziom 0);
- metody półprobabilistyczne (poziom 1);
- metody probabilistyczne (poziomy 2 i 3);
- metody optymalizacyjne (poziom 4).

W teorii niezawodności konstrukcji obecnie stosuje się następujące metody probabilistyczne:

- metody poziomu 2 zapewnienia niezawodności (FORM – First Order Reliability Methods);
- metody poziomu 3 zapewnienia niezawodności (SORM – Second Order Reliability Methods).

Metody probabilistyczne poziomu 2. nie wymagają znajomości typu rozkładów prawdopodobieństwa zmiennych podstawowych i określane są przez wartość oczekiwaną (przeciętną, średnią) i odchylenie charakterystyczne (standardowe). Metody probabilistyczne poziomu 3. charakteryzują się dwiema podstawowymi cechami:

- znane są rozkłady prawdopodobieństwa zmiennych losowych;
- miarą niezawodności jest wprost prawdopodobieństwo tego, że przy założonym obciążeniu nie zostaną osiągnięte stany niebezpieczne (zawodne).

Propozycja modelu niezawodności procesu inwestycyjno-budowlanego

Proces inwestycyjno-budowlany powinien być tak zaprojektowany, aby z odpowiednim stopniem niezawodności mógł się oprzeć niepożądanym działaniom, które mogą zajść w trakcie jego realizacji. Zawodność jest takim stanem procesu, w którym przestaje on spełniać wymagania projektowe oraz oczekiwane.

Problematyka niezawodności procesów inwestycyjno-budowlanych bazuje na następujących założeniach:

- proces inwestycyjno-budowlany może znajdować się w jednym z dwóch dopuszczalnych stanów, tj. w stanie bezpiecznym lub w stanie awaryjnym (zawodnym); przez awarię należy rozumieć niespełnienie ograniczeń nałożonych na rozważany proces;

- parametry opisujące stan procesu traktowane są jako zmienne losowe;

- problemy analizy niezawodności dotyczyć będą tzw. niezawodności elementu; przez element rozumie się cały proces inwestycyjno-budowlany lub jego część, którego stan określony jest przez jedną funkcję zawodności (awarii). Należy dodać, że przedstawiona propozycja nie obejmuje niezawodności systemowej (związanej z możliwością sekwencji zawodności poszczególnych elementów).

Przyjęto, że niezawodność procesu inwestycyjno-budowlanego zależy od losowego rozkładu dwóch następujących par ją generujących:

- ceny budowy rozważanego obiektu budowlanego $C(\omega)$ i kosztów realizacji innych podobnych obiektów wcześniej wybudowanych $K(\omega)$;

- planowanego czasu (okresu) budowy rozważanego obiektu $P(\omega)$ i czasu (okresu) realizacji innych podobnych obiektów wcześniej wybudowanych $Q(\omega)$;

gdzie ω – parametr oznaczający losowy charakter analizowanej cechy.

Oszacowanie niezawodności procesu inwestycyjno-budowlanego wiąże się zwykle ze znajomością rozkładów funkcji losowych f_C , f_K , f_P , i f_Q . Podstawą do określenia funkcji ceny $C(\omega)$ i planowanego czasu budowy $P(\omega)$ są przede wszystkim projekty budowlano-wykowacze, przedmiary robót budowlanych oraz kosztorysy sporządzone

na podstawie tych przedmiarów. Koszty realizacji procesu $K(\omega)$ i czas realizacji $Q(\omega)$ wynikają z analiz statystycznych, np. podobnych, wcześniej wybudowanych obiektów budowlanych.

W probabilistycznym sensie, niezawodność można zdefiniować jako prawdopodobieństwo tego, że obiekt zostanie wybudowany za określoną cenę C i w określonym czasie P . Miara niezawodności procesu inwestycyjno-budowlanego R rozumiana jest jako prawdopodobieństwo dla ustalonego czasu i jest definiowana następująco:

$$R_c = P_r\{C(\omega) \geq K(\omega)\} \quad (1)$$

oraz/lub

$$R_p = P_r\{P(\omega) \geq Q(\omega)\} \quad (2)$$

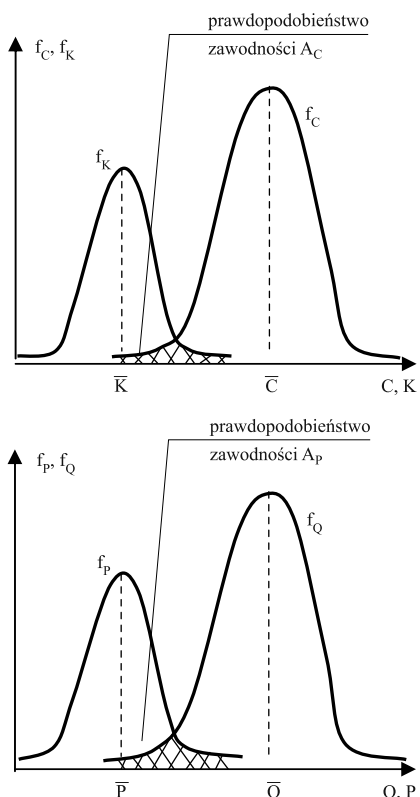
W przypadku, gdy $C(\omega) < K(\omega)$ oraz/lub $P(\omega) < Q(\omega)$ mamy do czynienia z zawodnością procesu, a prawdopodobieństwo tego zdarzenia wynosi:

$$A_c = P_r\{C(\omega) < K(\omega)\} \quad (3)$$

oraz/lub

$$A_p = P_r\{P(\omega) < Q(\omega)\} \quad (4)$$

Prawdopodobieństwo tej zawodności przedstawiono na rysunku 1, gdzie: \bar{C} , \bar{K} , \bar{P} i \bar{Q} – wartości oczekiwane (wartości średnie w przypadku rozkładu normalnego).



Rys. 1. Analiza zawodności procesu inwestycyjno-budowlanego (w przypadku rozkładu normalnego)

Niezawodność procesu budowlanego łączy prawdopodobieństwo losowej ceny $C(\omega)$ i kosztu $K(\omega)$ oraz/lub czasu $P(\omega)$ i $Q(\omega)$ i wyznacza się je ze wzorów:

$$R_C = \int_{-\infty}^{\infty} f_C(C) \left[\int_C^{\infty} f_K(K) dK \right] dC = \int_{-\infty}^{\infty} f_K(K) \left[\int_{-\infty}^K f_C(C) dC \right] dK \quad (5)$$

$$R_P = \int_{-\infty}^{\infty} f_P(P) \left[\int_P^{\infty} f_Q(Q) dQ \right] dP = \int_{-\infty}^{\infty} f_Q(Q) \left[\int_{-\infty}^Q f_P(P) dP \right] dQ$$

Gęstość prawdopodobieństwa losowej ceny i kosztu oraz czasów realizacji procesów inwestycyjno-budowlanych mogą być opisane funkcjami o różnym rozkładzie. Zakładamy, że wielkości $C(\omega)$, $K(\omega)$, $P(\omega)$ i $Q(\omega)$ mają rozkłady normalne w postaci:

$$f_C(C) = \frac{1}{S_C \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(C-\bar{C})^2}{2S_C^2}}$$

$$f_K(K) = \frac{1}{S_K \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(K-\bar{K})^2}{2S_K^2}}$$

$$f_P(P) = \frac{1}{S_P \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(P-\bar{P})^2}{2S_P^2}}$$

$$f_Q(Q) = \frac{1}{S_Q \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Q-\bar{Q})^2}{2S_Q^2}}$$

gdzie:

\bar{C} , \bar{K} , \bar{P} i \bar{Q} – wartości średnie;
 S_C , S_K , S_P , S_Q – odchylenia standardowe.

Jedną z miar niezawodności jest jej losowy zapas $Z(\omega)$, który określa bezpieczeństwo (tj. zapas środków finansowych przeznaczonych na realizację procesu inwestycyjno-budowlanego, zapas czasu)

$$Z_C(\omega) = C(\omega) - K(\omega) \geq 0 \quad (7)$$

oraz/lub

$$Z_P(\omega) = P(\omega) - Q(\omega) \geq 0 \quad (8)$$

Losowe funkcje zapasu mogą przybierać wartości dodatnie, ujemne lub zerowe (rysunek 2). Przyjęto, że funkcje $C(\omega)$, $K(\omega)$, $P(\omega)$ i $Q(\omega)$ mają rozkład normalny i w związku z tym zmienna losowa $Z(\omega)$ również musi mieć rozkład normalny:

$$f_C(Z_C) = \frac{1}{S_{Z_C} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Z_C - \bar{Z}_C)^2}{2S_{Z_C}^2}} \quad (9)$$

$$f_P(Z_P) = \frac{1}{S_{Z_P} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(Z_P - \bar{Z}_P)^2}{2S_{Z_P}^2}}$$

o parametrach wielkości średnich

$$\bar{Z}_C = \bar{C} - \bar{K}$$

$$\bar{Z}_P = \bar{P} - \bar{Q} \quad (10)$$

i odchylen standardowych

$$S_{Z_C} = \sqrt{S_C^2 + S_K^2 + 2\rho_{CK} S_C S_K} \quad (11)$$

$$S_{Z_P} = \sqrt{S_P^2 + S_Q^2 + 2\rho_{PQ} S_P S_Q}$$

gdzie:

ρ – współczynnik korelacji.

Niezawodność procesu inwestycyjno-budowlanego wyraża się przez prawdopodobieństwo tego, że funkcja zapasu $Z(\omega)$ nie przybierze wartości ujemnych (rysunek 2). Oblicza się je jako prawdopodobieństwo z następujących wzorów (pole niezakreskowane na rysunku 2)

$$R_C = \int_0^{\infty} f(Z_C) dZ = \frac{1}{S_{Z_C} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(Z_C - \bar{Z}_C)^2}{2S_{Z_C}^2}} dZ$$

$$R_P = \int_0^{\infty} f(Z_P) dZ = \frac{1}{S_{Z_P} \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} e^{-\frac{(Z_P - \bar{Z}_P)^2}{2S_{Z_P}^2}} dZ \quad (12)$$

Awaryjność (zawodność) procesu inwestycyjno-budowlanego wyrażają całki (pole zakreskowane na rysunku 2)

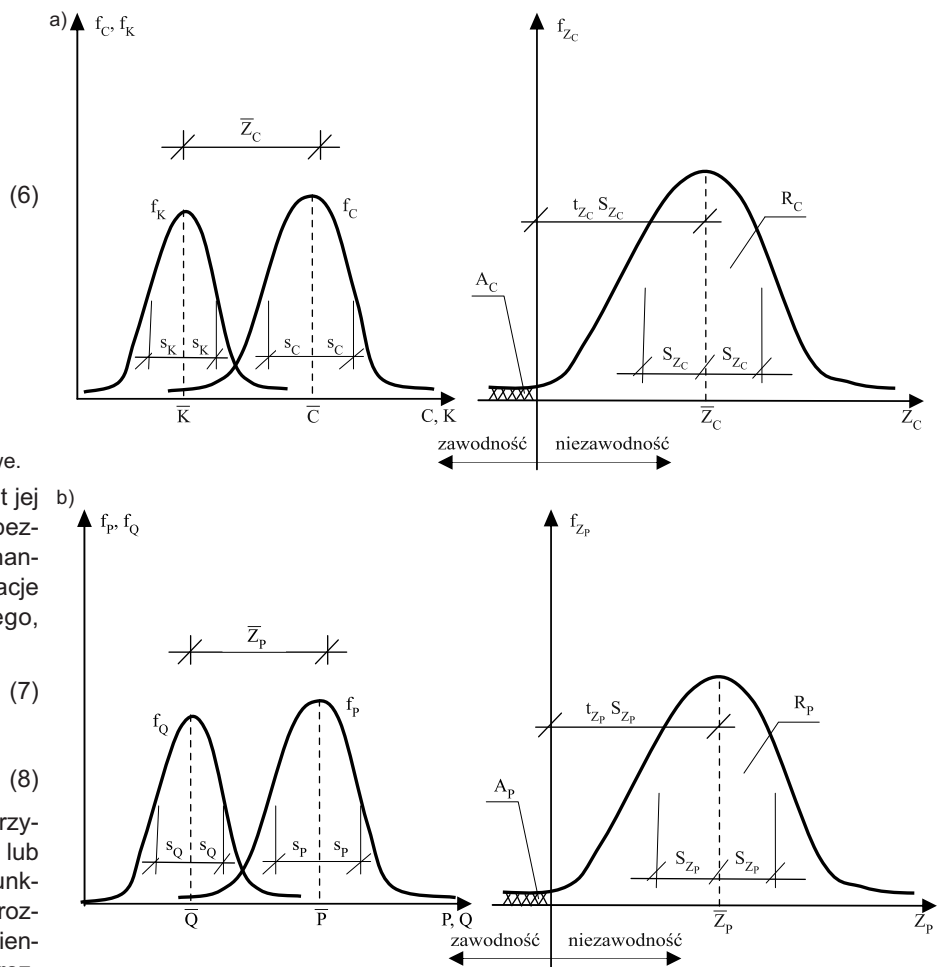
$$A_C = \int_{-\infty}^0 f_C(Z_C) dZ \quad (13)$$

$$A_P = \int_{-\infty}^0 f_P(Z_P) dZ$$

Niezawodność można oszacować, ustalając parametr t , dla którego funkcja $Z(\omega)$ przybiera wartość zerową. Korzystając z rysunku 2, mamy

$$\bar{Z}_C - t_{Z_C} S_{Z_C} = 0 \text{ oraz } \bar{Z}_P - t_{Z_P} S_{Z_P} = 0 \quad (14)$$

Wskaźniki (indeksy) niezawodności $t_{Z_C} \equiv \beta_C$ i $t_{Z_P} \equiv \beta_P$ określa się współczynnikami ufności lub współczynniki-



Rys. 2. Analiza losowej funkcji zapasu: a) ceny; b) czasu

kami niezawodności i wyznacza ze wzorów:

$$t_{z_c} = \beta_c = \frac{\bar{Z}_c}{S_{z_c}} = \frac{\bar{C} - \bar{K}}{\sqrt{S_c^2 + S_k^2 + 2\rho_{ck} S_c S_k}} \quad (15)$$

$$t_{z_p} = \beta_p = \frac{\bar{Z}_p}{S_{z_p}} = \frac{\bar{P} - \bar{Q}}{\sqrt{S_p^2 + S_q^2 + 2\rho_{pq} S_p S_q}}$$

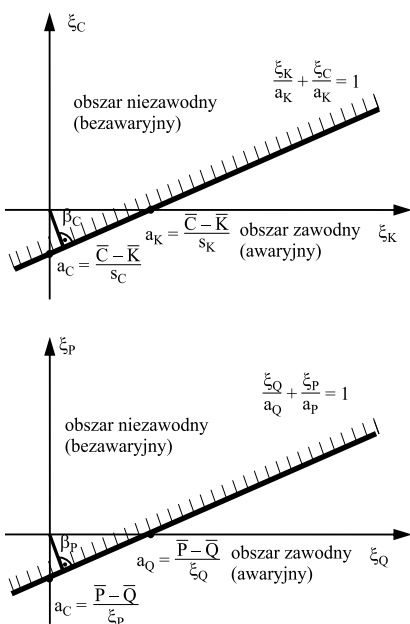
gdzie:

ρ – współczynnik korelacji.

W przypadku niezależnych zmiennych losowych C, K, P, Q (wtedy $\rho \cong 0$), wskaźniki niezawodności β_c i β_p można interpretować graficznie jako odległość prostej stanów granicznych od początku układu współrzędnych standaryzowanych (rysunek 3) [1, 6]

$$\xi_c = C - \bar{C}/s_c, \xi_k = K - \bar{K}/s_k \quad (16)$$

$$\xi_p = P - \bar{P}/s_p, \xi_q = Q - \bar{Q}/s_q$$



Rys. 3. Interpretacja geometryczna wskaźników niezawodności β_c i β_p w przypadku zmiennych losowych niezależnych

W kolejnym kroku proponuje się dokonać integracji zdefiniowanych wskaźników β_c i β_p do tzw. globalnego wskaźnika niezawodności procesów inwestycyjno-budowlanych β :

$$\beta = w_c \beta_c + w_p \beta_p \quad (17)$$

gdzie:

w_c i w_p – wagi odpowiednio kosztów budowy i czasu budowy, przy czym

$$w_c + w_p = 1 \quad (18)$$

Przykład

Rozważano przykład dotyczący budowy budynków wielorodzinnych w stanie deweloperskim na terenie Bydgoszczy w okresie 2012–2015. Wybrane wielkości statystyczne z próby 50 obiektów:

■ wartości średnie: ceny – $\bar{C} = 3000,00$ zł/m²; kosztu wybudowania – $\bar{K} = 2400,00$ zł/m²; planowanego (projektowanego) czasu budowy – $\bar{P} = 18$ miesięcy; faktycznego czasu budowy – $\bar{Q} = 15$ miesięcy;

■ odchylenie standardowe: $S_c = 300$ zł/m²; $S_k = 200$ zł/m²; $S_p = 1$ miesiąc; $S_q = 2$ miesiące;

■ współczynniki korelacji: $\rho_{ck} \cong 0$, $\rho_{pq} \cong 0$.

Korzystając ze wzorów (15), obliczono wskaźniki niezawodności: $\beta_c = 1,664$; $\beta_p = 1,342$. Przyjmując wagi $w_c = w_p = 0,5$, obliczono globalny wskaźnik niezawodności β , wg wzoru (17) i uzyskano $\beta = 1,503$. Związek wskaźnika niezawodności z prawdopodobieństwem wystąpienia awarii podaje np. Nowak [1] (tabela).

Zestawiając obliczone wartości niezawodności z odpowiadającymi im prawdopodobieństwami, otrzymano:

- wskaźnik niezawodności nieprzekroczenia ceny $\beta_c = 1,664$ i odpowiadające prawdopodobieństwo 0,937;
- wskaźnik niezawodności nieprzekroczenia terminu wybudowania $\beta_p = 1,342$ i odpowiadające prawdopodobieństwo wynoszące 0,906;
- wskaźnik globalny $\beta = 1,503$ i odpowiadające prawdopodobieństwo wynoszące 0,921.

Wskaźnik niezawodności a prawdopodobieństwo awarii (zawodności)

Wskaźnik niezawodności	1,28	2,33	3,09	3,71	4,26	4,75	5,19	5,62	5,99
Prawdopodobieństwo awarii	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁴	10 ⁻⁵	10 ⁻⁶	10 ⁻⁷	10 ⁻⁸	10 ⁻⁹

Wnioski

Podczas analizy procesów losowo zmiennych, a takim jest proces inwestycyjno-budowlany, czasami znany rozkłady prawdopodobieństwa rozpatrywanych funkcji, a czasami nie. W przypadku rozkładu normalnego (Gausa), problem określenia wskaźnika niezawodności jest dość prosty, a w przypadku nieznanymi rozkładów

zawsze można skorzystać z transformacji Rosenblatta [8] i przystosowania jej do obliczeń niezawodności wg Rankwiza i Hohenbichlera [7, 9].

Znajomość wskaźnika niezawodności β_c , β_p i β umożliwia przyjęcie optymalnego, w rozważanym przypadku pożądanego stopnia niezawodności procesu inwestycyjno-budowlanego. Wskazane jest ustalenie progowych (granicznych) wartości wskaźników niezawodności i nadanie im odpowiedniej zróżnicowanej ważności (wagi).

Większość procesów czy zjawisk technicznych charakteryzuje rozkład normalny (Gausa) i dlatego wskaźnik niezawodności wydaje się efektywnym sposobem określania niezawodności tych procesów, w tym procesu inwestycyjno-budowlanego.

Literatura

[1] Nowak A. S., Collins K. R.: 2000. Reliability of structures, McGraw-Hill, New York.
 [2] Nowak A. S., Szerszeń M. M., Szeliga E. K., Szwed A., Podhorecki P. J.: 2005. Reliability – Based Calibration for Structural Concrete, Report UNCLE, University of Michigan, Ann Arbor.
 [3] Borecka E.: 1982. Metodyka badania i oceny niezawodności systemu produkcyjnego na przykładzie prefabrykacji betonowej. Rozprawa Doktorska, Politechnika Poznańska, Poznań.
 [4] Kapliński O.: 1973. Próba zastosowania teorii niezawodności do oceny procesu montażu budynków prefabrykowanych, Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej PAN i Komitetu Nauki PZITB w Krynicy, tom V, Technologia i organizacja produkcji, Warszawa.
 [5] Cornell C. A.: 1969. A probability based structural code. ACJ Journal, v. 66, 12.
 [6] Hasofer A. M., Lind N. C.: 1974. An Exact and Invariant First – Order Reliability Format. Journal of Engineering Mechanics 100, Div. ASCE, no EMI.
 [7] Rockwitz R., Fissler B.: 1978. Structural Reliability under Combined Random Loads Sequences. Computers and structural, No 9, pp. 489 ÷ 494.
 [8] Rosenblatt M.: 1952. Remarks on a multivariate transformation. Annals of Mathematical Statistic, Vol. 23, No 3, pp. 470 ÷ 472.
 [9] Hohenbichler M., Rockwitz R.: 1981. Non-normal Dependent Vector in Structural Safety. Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 107, No EM6, pp. 1227 ÷ 1237.

Przyjęto do druku: 02.10.2015 r.