

dr inż. Henryk Ciurej<sup>1)</sup>  
dr inż. Piotr Gwoździwicz<sup>1)</sup>

# Nietypowa analiza numeryczna pomostu kompozytowej kładki typu honeycomb

*A non-typical numerical analysis of the composite honeycomb deck*

DOI: 10.15199/33.2015.11.70

**Streszczenie.** Materiały kompozytowe są coraz częściej stosowane w budownictwie jako elementy nośne. Ich właściwości mechaniczne, niewielkie koszty eksploatacji (brak konieczności konserwacji) oraz coraz korzystniejsza relacja ceny do masy sprawiają, że konstruktorzy decydują się na konstrukcje kompozytowe. W artykule przedstawiono analizę numeryczną pomostu kładki dla pieszych, zaprojektowanego wg idei technologii honeycomb. Zastosowano kompozyt GFRP – polimer na bazie żywicy epoksydowej zbrojony włóknami szklanymi.

**Słowa kluczowe:** kładki dla pieszych, konstrukcje kompozytowe, metody adaptacyjne.

**Abstract.** Composite materials are increasingly being used in the civil industry as supporting elements. Their mechanical properties and low operating costs (no maintenance), as well as more favorable price-to-weight ratio make the designers decide to design composite carrying structures. The article presents a numerical analysis of a deck of the footbridge. The footbridge was designed as a self-carrying structure of honeycomb based on GFRP composite material.

**Keywords:** composite footbridges, footbridge, mesh adaptation.

Materiały kompozytowe FRP (ang. Fibre Reinforced Polymer) są obecnie coraz częściej stosowane w konstrukcjach budowlanych [1, 12, 13]. Powszechnie wykorzystywane są kształtowniki z materiałów termoutwardzalnych zbrojonych włóknami węglowymi lub szklanymi wykonane metodą pultruzji. Ponadto z materiałów kompozytowych wykonuje się konstrukcje powłokowe lub ich fragmenty. Przykładem mogą być powłoki osiowo symetryczne dyfuzorów laminatowych, stanowiące elementy instalacji chłodniczych [2], w przypadku których projektuje się układ powłokowy z odpowiednim uźebrowaniem, aby uzyskać konstrukcję samonośną. Spektakularne staje się też stosowanie materiałów kompozytowych w układach nośnych kładek dla pieszych [8, 9]. **Zwodzony most dla pieszych Pont y Ddraig na rzece Clwyd w Port Rhyl w Północnej Walii** (fotografia) w całości wykonano z kompozytów z włókien szklanych i węglowych (GFRP/CRFP). Konstrukcja składa się z dwóch symetrycznych pomostów o rozpiętości 30 m każdy, podwieszonych do masztu wysokości 50 m [4]. Materiały kompozytowe zastosowano również m.in. w pierwszym w Polsce moście drogowym o dźwigarach kompozytowych [3, 10].

<sup>1)</sup> Politechnika Krakowska, Wydział Inżynierii Lądowej

<sup>\*</sup> Autor do korespondencji:  
e-mail: hciurej@pk.edu.pl



**Kompozytowa kładka Pont y Ddraig na rzece Clwyd w Port Rhyl – Północna Walia – za [4]**

*Composite footbridge Pont y Ddraig over Clwyd river in Port Rhyl – North Wales [4]*

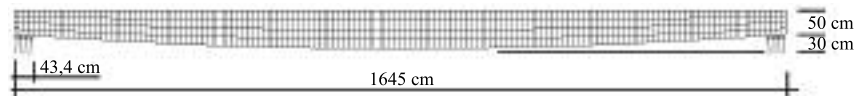
Materiały kompozytowe oraz technologie wytwarzania konstrukcji pozwalają dowolnie kształtować układy nośne. Z uwagi na właściwości mechaniczne kompozytów GFRP, tj. mniejszy moduł sprężystości podłużnej w porównaniu ze stalą, a jednocześnie podobną lub większą wytrzymałość na rozciąganie [5, 11], istotne staje się ukształtowanie układu nośnego, tak aby zapewnić dopuszczalne warunki użytkowania. W przypadku obiektów obciążonych dynamicznie ważne jest odpowiednie za-

projektowanie częstotliwości drgań własnych obiektu.

W artykule przedstawiono model numeryczny oraz wybrane wyniki analizy pomostu kładki dla pieszych, o zmiennej grubości i stałej szerokości. Wykorzystano kompozyt na bazie żywicy epoksydowej zbrojony włóknami szklanymi GFRP, o następujących parametrach mechanicznych: gęstość  $\rho = 1650 \text{ kg/m}^3$ ; moduł sprężystości podłużnej  $E = 18 \text{ GPa}$ ; współczynnik Poissona  $\nu = 0,3$ ; wytrzymałość  $R_m = 170 \text{ MPa}$ .

## Charakterystyka pomostu kładki dla pieszych

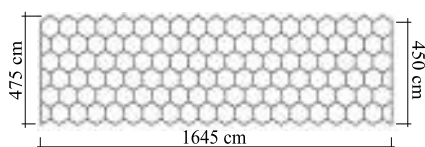
Pomost o rozpiętości 16,45 m jest jedno-przęsłowym układem swobodnie opartym na końcach na liniowych łożyskach elastomerowych (rysunek 1). Krawędź górna w przekroju podłużnym konstrukcji jest położona w płaszczyźnie, a dolna została ukształtowana jako parabola. Wysokość przekroju na końcach wynosi 50 cm, zaś w środku rozpiętości przeszła 80 cm.



Rys. 1. Widok pomostu z boku

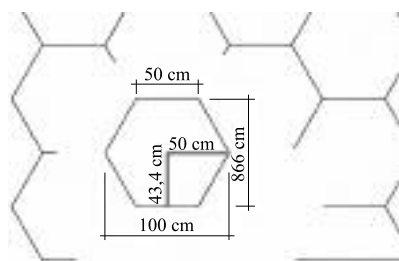
Fig. 1. A side view of footbridge deck

Pomiędzy górną i dolną powłoką wprowadzono strukturę typu honeycomb (rysunek 2). Ściany pojedynczej komórki tworzą w przekroju poziomym sześciokąt foremny wpisany w okrąg o promieniu 50 cm (rysunek 3). Wysokość ścian komórek zależy od ich położenia na długości pomostu. Ze względu na rozmiary pojedynczej komórki konstrukcja nie jest typowym rozwiązaniem sandwich, w którym wymiary komórek są znacznie mniejsze, wysokość zaś rzadko przekracza 15 cm i jest stała [16 – 18]. Długość podparcia 43,3 cm (rysunek 1) została rozłożona na całej szerokości pomostu. Sztywność łożyska przyjęta w modelu wynosi 18 m<sup>3</sup>/MN. Takie rozwiązanie powoduje, że reakcje podporowe nie przenoszą się punktowo na powłoki kompozytowe, czy też (jak w przypadku klasycznych łożysk



Rys. 2. Widok wewnętrznej struktury typu honeycomb pomostu

Fig. 2. View of the internal honeycomb structure of the bridge deck



Rys. 3. Widok i wymiary pojedynczej komórki struktury honeycomb

Fig. 3. View and dimensions of a singular cell of the honeycomb structure

mostowych) na względnie niewielką powierzchnię. Można w ten sposób uniknąć specjalnego kształtowania powłok w miejscach podparcia.

Podstawowym obciążeniem tego typu kładek dla pieszych (oprócz ciężaru własnego) jest statyczne obciążenie tłumem w różnych konfiguracjach. Przyjęto, że charakterystyczna wartość tego obciążenia wynosi  $q_t = 5 \text{ kN/m}^2$ . Ponadto rozważono obciążenie skupione  $Q_s = 4 \text{ kN}$  rozłożone na powierzchni 68 cm<sup>2</sup>. Założono współ-

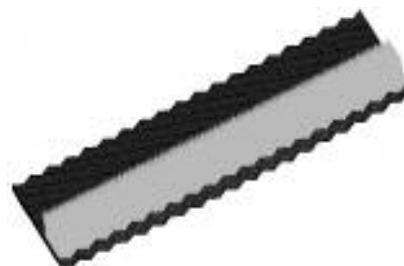
czynnik bezpieczeństwa w przypadku obciążenia tłumem  $g_t = 1,5$ , a obciążenia skupionego  $g_s = 1,5$  [6, 7].

## Schematy obciążeń

Przeanalizowano pięć przypadków obciążeń:

- 1) obciążenie charakterystyczne od grawitacji i tłumy równomiernie rozłożonego na górnej powierzchni pomostu;
- 2) warunki jak w pkt. 1, lecz wartości obliczeniowe;
- 3) obciążenie obliczeniowe od grawitacji i tłumy rozłożonego przy krawędzi na górnej powierzchni pomostu (rysunek 4);
- 4) obciążenie obliczeniowe od grawitacji i tłumy rozłożonego na połowie górnej powierzchni pomostu (rysunek 5);
- 5) obciążenie obliczeniowe od grawitacji i obciążenia punktowego.

Analiza przypadku nr 1 służy określeniu ekstremalnych przemieszczeń pomostu, przypadków nr 2, 3 i 4 pozwala określić ekstremalne naprężenia, tzw. efekty ogólne zgodnie z [6, 7], a przypadku nr 5 przeanalizować efekt lokalny [7]. W artykule przedstawiono wybrane wyniki dotyczące przypadków nr 1, 2, 5.



Rys. 4. Przypadek obciążeń obliczeniowych od grawitacji i tłumy rozłożonego przy krawędzi pomostu

Fig. 4. Case of the dead loads and crowd distributed on the surface of the deck along its edge

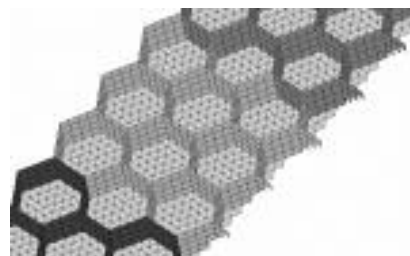


Rys. 5. Przypadek obciążeń obliczeniowych od grawitacji i tłumy rozłożonego na połowie pomostu

Fig. 5. Case of the dead loads and crowd distributed on the half of the surface of the deck

## Model numeryczny

Opisaną strukturę geometryczną odwzorowano w Metodzie Elementów Skończonych (MES). Analizowano elementy powłoki cienkiej o 5 stopniach swobody w węzle. W przypadku powłoki górnej i dolnej zastosowano elementy trójkątne, natomiast ścian struktury honeycomb – elementy czworoboczne. Początkową siatkę elementów skończonych przedstawiono na rysunku 6. Z uwagi na jej cechy geometryczne celowe jest zastosowanie metod adaptacyjnych, aby uzyskać lepszą zbieżność rozwiązania. Program MES (MSC. Marc/Mentat [19]) pozwala użyć izotropowej adaptacji typu h – tj. zagęszczać siatkę zgodnie z podanym kryterium. Adaptację siatki zastosowano dla obciążeń nr 2 i 5 jako najistotniejszych. W przypadku nr 1 przyjęto, że zagęszczane będą ele-

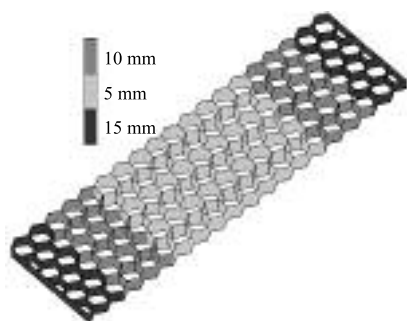


Rys. 6. Siatka elementów skończonych modelu numerycznego

Fig. 6. Mesh of the numerical model

menty skończone, w których średnie naprężenie zredukowane przekracza 25 MPa. Rozważano także przypadek obciążenia punktowego nr 5. Założono, że w obszarze sąsiednim wokół obciążenia zagęszczane będą elementy skończone, w których średnie naprężenie zredukowane przekracza 10 MPa [19].

Istotnym elementem projektowania jest określenie grubości powłok pomostu. Przyjęto grubość powłoki górnej i dolnej  $t_d = t_g = 10 \text{ mm}$ . Grubości ścian sześcioboków różnicowano (rysunek 7), grubość struktury wewnętrznej w obszarze podpar-



**Rys. 7. Rozkład grubości struktury wewnętrznej pomostu**

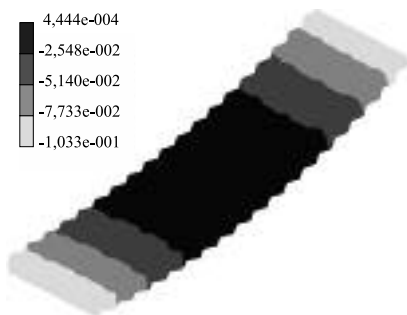
*Fig. 7. Map of the internal structure thickness along the deck*

cia była równa  $t_p = 15$  mm, idąc dalej w kierunku środka rozpiętości zmniejszono ją do  $t_m = 10$  mm, a w przypadku ścian wewnętrznych w obszarze środka rozpiętości  $t_s = 5$  mm. Obliczona masa konstrukcji wynosi  $M = 4,33$  t.

Warto podkreślić, że przedstawiony sposób modelowania odbiega od typowego, zaprezentowanego w literaturze [14, 15]. Zwykle panele honeycomb zastępuje się modelem płytowym (sandwich), wyznaczając zastępcze sztywności giętkie wynikające z parametrów strukturalnych i geometrycznych panelu. W takim podejściu panel ma reprezentację w postaci powierzchni środkowej elementu płytowego.

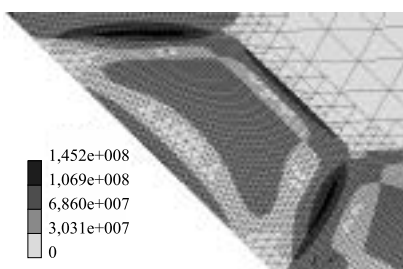
## Wyniki obliczeń

Na rysunku 8 pokazano przemieszczenia pomostu. Maksymalne ugięcie od ciężaru własnego i tłum rozłożonego na całej powierzchni pomostu (przypadek nr 1 – wielkości charakterystyczne) wynosi ok.  $U_{max} = 10,3$  cm, a więc nieco mniej od łącznego ograniczenia na poziomie 1/150 rozpiętości. Dla obciążeń obliczeniowych (przypadek nr 2) przedstawiono na rysunku 9 mapę naprężeń zredukowanych w miejscach ich największej koncentracji, tj. podparcia powierzchni dolnej na łożyskach elastomerowych. Naprężenia (maksymalne ok. 145 MPa) pochodzą od docisku na łożyskach. W pozostałych obszarach analizowanej powłoki naprężenia nie przekraczają 70 MPa. Na rysunku 10 przedstawiono rozkład naprężeń zredukowanych w obszarze przyłożenia obciążenia punkowego. Maksymalne naprężenia wynoszą ok. 87 MPa. Wszystkie podane wartości nie przekraczają wytrzymałości  $R_m$ . Obliczono również częstotliwość drgań własnych. Częstotliwość o postaci przęsłowej wynosi  $f_1 = 5,8$  Hz i z punktu widzenia użytkownika przez pieszych jest to wartość bezpieczna.



**Rys. 8. Przemieszczenia dla przypadku nr 1 –  $U_{max} = 10,3$  mm**

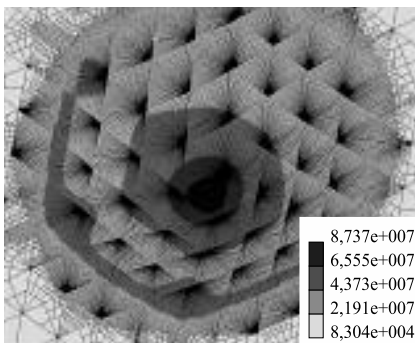
*Fig. 8. Displacements – loadcase no 1 –  $U_{max} = 10.3$  mm*



**Rys. 9. Maksymalne naprężenia dla przypadku nr 2 –  $\sigma_{max} = 145,2$  MPa**

*Fig. 9. Maximal stress – loadcase no 2 –  $\sigma_{max} = 145.2$  MPa*

skach elastomerowych. Naprężenia (maksymalne ok. 145 MPa) pochodzą od docisku na łożyskach. W pozostałych obszarach analizowanej powłoki naprężenia nie przekraczają 70 MPa. Na rysunku 10 przedstawiono rozkład naprężeń zredukowanych w obszarze przyłożenia obciążenia punkowego. Maksymalne naprężenia wynoszą ok. 87 MPa. Wszystkie podane wartości nie przekraczają wytrzymałości  $R_m$ . Obliczono również częstotliwość drgań własnych. Częstotliwość o postaci przęsłowej wynosi  $f_1 = 5,8$  Hz i z punktu widzenia użytkownika przez pieszych jest to wartość bezpieczna.



**Rys. 10. Naprężenia dla przypadku nr 5 –  $\sigma_{max} = 87,4$  MPa**

*Fig. 10. Stress – loadcase no 5 –  $\sigma_{max} = 87,4$  MPa*

## Wnioski

Przedstawiona analiza pokazuje, że zaproponowana konstrukcja pomostu kładki spełnia warunki nośności i użyteczności. Zastosowanie metod adaptacyjnych pozwoliło wyznaczyć z dużą dokładnością naprężenia lokalne. Racjonalnie wykorzystana metoda adaptacyjna zwalnia użytkownika programu z konieczności ręcznego zagęszczania siatki.

Odrębnym problemem jest stosowanie technologii wykonania wewnętrznej struktury pomostu, tak aby zakładana w modelu ciągłość włókien przebiegających zarówno wzdłuż pomostu, jak i w poprzek była zrealizowana. Koncepcja architektoniczna

zakłada wykonanie samonośnej kładki w formie smukłego pomostu z kompozytów GRFP, ponieważ nie wymagają konserwacji. Z uwagi na oddziaływanie środowiska, tego rodzaju konstrukcje będą w przyszłości powszechne.

## Literatura

- [1] Kwiecień A. Polimerowe złącza podatne w konstrukcjach murowych i betonowych. Monografia nr 414. Politechnika Krakowska, Seria Budownictwo, Kraków 2012.
- [2] Czasopismo Techniczne. Seria Budownictwo, Z. 4-B/2010. Zastosowanie mechanicznych tłumików drgań w redukcji poziomu wibracji powłok dyfuzorów laminatowych. M. Weisło, H. Ciurej s. 113 – 125.
- [3] Siwowski T., Kaleta D., Kulpa M. Projekt pierwszego polskiego mostu drogowego z kompozytów FRP. Inżynieria i Budownictwo 9/2015, s. 465 – 470.
- [4] www.gurit.com. Dokument: <http://www.gurit.com/files/documents/rhyl-harbour-bridgesp.pdf>.
- [5] Ashby M. F. Dobór materiałów w projektowaniu inżynierskim. WNT, Warszawa, 1998.
- [6] PN-EN-1991-1-1. Obciążenia. Ciężar objętościowy.
- [7] BS-6399-1. Part 1. Code of practice for dead and imposed loads.
- [8] Chróścielewski J., Kłasztorny M., Miśkiewicz M., Romanowski R., Wilde K. Innovative design of GFRP sandwich footbridge. FOOTBRIDGE 2014, London, 2014.
- [9] Chróścielewski J., Kłasztorny M., Miśkiewicz M., Romanowski R., Wilde K. Kompozytowa kładka pieszo-rowerowa o konstrukcji przekładkowej. Materiały Budowlane 7/2014, s. 40 – 41.
- [10] Poneta P., Siwowski T., Badania dźwigara mostowego kompozytów FRP pod obciążeniem statycznym. Budownictwo i Architektura 13 (2) (2014), 291 – 298.
- [11] Sobczyk B., Miśkiewicz M. Laminaty FRP w budownictwie – charakterystyka materiału i aspekty projektowania. Materiały Budowlane 4/2015, s. 74 – 76.
- [12] Szelka J., Kamyk Z. Kompozytowe mosty wojskowe. Budownictwo i Architektura 12 (2) (2013) 63 – 70.
- [13] Balke K., Kurzydłowski K. J. Konstrukcje mostowe z materiałów kompozytowych. Mechanik 7/2015, s. 501 – 504.
- [14] Machado M. A. S., Sotelino E., Liu J. Modeling Technique for Honeycomb FRP Deck Bridges via Finite Elements, Journal of Structural Engineering 04/2008; 134 (4), pp. 572 – 580.
- [15] Thomsen O. T., Bozhvolnaya E., Lyckegaard A. Sandwich Structures 7: Advancing with Sandwich Structures and Materials, in Proceedings of the 7th International Conference on Sandwich Structures, Aalborg University, Aalborg, Denmark, 29-31 August 2005, Springer Science & Business Media 2006.
- [16] <http://www.fiber-tech.net>.
- [17] <http://www.flores.com.cn>.
- [18] <http://www.aktekhoneycomb.com>.
- [19] MSC. Marc/Mentat: User Guide. MSC. Marc/Mentat: Theory and User Information Vol. A.

*Przyjęto do druku: 02.09.2015 r.*