70 lat Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego

prof. dr hab. inż. Antoni Biegus¹⁾

Analiza wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic w dachach bezpłatwiowych

Analysis of the out-of-plane stability of the truss bottom chords in roof without purlins

DOI: 10.15199/33.2015.10.03

Streszczenie. Podano uogólnione modele i zasady oceny wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic dachów bezpłatwiowych. W przypadku gdy blachy trapezowe są odpowiednio połączone z pasem górnym kratownicy, to sztywność giętna i skrętna ustroju ogranicza przemieszczenia boczne jej pasa dolnego. Przedstawiono sposób oceny sztywności giętnej: blachy trapezowej, połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy i wykratowania kratownicy o geometrii V, N i W. Ocena stateczności z płaszczyzny kratownicy dotyczy pasów dolnych jednogałęziowych oraz dwugałęziowych.

Słowa kluczowe: kratownica płaska, blacha trapezowa, usztywnienie boczne pasa dolnego kratownicy.

lachy trapezowe umożliwiają projektowanie kratownicowych dachów bezpłatwiowych. Jeśli są one odpowiednio połączone z pasem górnym kratownicy płaskiej (rysunek 1a), to sztywność giętno-skrętna ustroju umożliwia uwzględnienie ich w analizie stateczności pasów z płaszczyzny kratownicy [1 ÷ 3]. To usztywnienie jest szczególnie istotne, gdy oddziaływanie "unoszące" lub ciśnienie wewnętrzne w budynku od obciążenia wiatru powoduje ściskanie pasów dolnych kratownic (analogiczne wytężenie występuje w przypadku płatwi kratowych). Wówczas, w celu zmniejszenia dużej długości wyboczeniowej pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy, stosuje się tradycyjnie stężenia prętowe. W wielu przypadkach są one zbyteczne, gdy sztywność giętna blachy trapezowej, jej połączenia z pasem górnym i wykratowania (rysunek 1b) ograniczają przemieszczenia boczne pasa dolnego kratownicy. Może to być wykorzystane w ocenie wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy.

W artykule przedstawiono uogólnione modele i zasady oceny wyboczenia pasów dolnych z płaszczyzny kratownic dachów bezpłatwiowych. Uwzględniono w nich sprężyste "zamocowanie" kratownicy w blasze Abstract. Generalized models and principles of evaluation of the out-of-plane buckling of the bottom truss chords in roof without purlins have been presented. For corrugated sheets which are properly connected with the upper truss chord, the lateral and torsional rigidity of the system restrain the lateral displacement of its bottom chord. The way of evaluation of the lateral rigidity for: trapezoidal sheets, trapezoidal sheets to the upper truss chord connection and different geometry of truss members V, N, W has been given. Evaluation of the out-of-plane stability of the truss is for the both bottom single-chord and double-chord system. Keywords: planar truss, trapezoidal sheet, lateral bracing of the bottom chord.

(Oryginalny artykuł naukowy)



Rys. 1. Stężenie kratownicy płaskiej blachą trapezową: a) model fizyczny; b) model obliczeniowy; 1 – łącznik główny; 2 – łącznik wzdłużny; 3 – więź ograniczająca przemieszczenie boczne pasa górnego kratownicy; 4 – więź ograniczająca skręcanie pasa górnego kratownicy Fig. 1. Bracing of the flat truss by the corrugated sheets: a) physical model; b) calculation model; 1 – main connector, 2 – longitudinal connector, 3 – restraint limiting the lateral displacement of the truss upper chord, 4 - restraint limiting the torsion of the truss upper chord

trapezowej i podano sposoby oceny sztywności giętnej blachy trapezowej, jej połączenia z pasem górnym i wykratowania kratownicy płaskiej o geometrii V, N i W. Zaprezentowana ocena stateczności z płaszczyzny kratownicy dotyczy zarówno dolnych pasów jednogałęziowych, jak i dwugałęziowych.

Kategorie konstrukcyjne blach trapezowych

W przypadku, gdy blacha trapezowa jest płytą osłonową przenoszącą tylko obciążenia poprzeczne, to zalicza się ją do klasy konstrukcyjnej III [4]. Blacha trapezowa konstrukcji klasy I i II jest nie tylko elementem osłonowym, ale również jako ustrój tarczowo-płytowy zapewnia niezbędną sztywność i stateczność elementom ustroju nośnego (np. płatwiom, ryglom dachowym, słupom). W tym sensie jest ona elementem ustroju nośnego obiektu podobnie jak stężenia prętowe.

Zadanie konstrukcyjne blach trapezowych, polegające na usztywnieniu ustroju nośnego, nakłada obowiązek szczególnie starannego wykonania ich połączeń ze stężanymi elementami. Blachy trapezowe (o grubości ścianek nie mniejszej niż 0,7 mm) muszą być połączone w sposób ciągły ich dolnymi

¹⁾ Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego;

e-mail: antoni.biegus@pwr.edu.pl

70 lat Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego

fałdami z pasem górnym kratownicy. Sąsiednie arkusze blach trapezowych należy połączyć ze sobą wzdłużnie, w odległości nie większej niż 300 mm. Wówczas krępują one przemieszczenia liniowe i kątowe pasa górnego kratownicy (rysunek 1b). To skrepowanie znacznie zwiększa nośność pasa górnego i pasa dolnego na wyboczenie w płaszczyźnie prostopadłej do kratownicy. Obliczanie usztywnienia konstrukcji blachą trapezową podano w [4]. Jakość wykonania ich połączeń podlega kontroli i odbiorowi technicznemu [5]. Dodatkowo w takich obiektach muszą być umieszczone tablice ostrzegawcze, informujące o zakazie modernizacji dachu bez wykonania wcześniejszych analiz statyczno-wytrzymałościowych (rysunek 2).



Sztywność podparcia bocznego pasów dolnych kratownic

Długość wyboczeniowa pasów dolnych z płaszczyzny kratownic płaskich la jest zazwyczaj duża. W celu jej skrócenia stosuje się stężenia prętowe. W dachach bezpłatwiowych są one często zbędne, gdyż w ocenie la można uwzględnić sprężyste "zamocowanie" kratownicy w blasze trapezowej. Taki model oceny wyboczenia pasów dolnych można stosować, gdy blacha trapezowa jest odpowiednio połączona z pasem górnym kratownicy (rysunek 1a i 3). Ponadto połączenia prętów wykratowania powinny mieć dostateczną sztywność i nośność w płaszczyźnie prostopadłej do kratownicy, np. rurowe końcówki krzyżulców i słupków powinny być bez spłaszczeń i wyobleń oraz całym obwodem przyspawane do pasów. Ich połączenia z pasami powinny mieć nośność łączonego pręta wykratowania.

W rozpatrywanym modelu przyjmuje się ciągłe podparcie pasa górnego kratownicy: nieprzesuwne w płaszczyźnie połaci dachu i przeciwskrętne C_D (rysunek 4c). Jego uproszczenie polega na zastąpieniu przeciwskrętnego podparcia w osi pasa górnego C_D , podparciem liniowym pasa dolnego w kie-



Rys. 3. Połączenia blachy trapezowej z pasem górnym, które usztywniają pasy dolne przy wyboczeniu z płaszczyzny kratownic; 1 – kratownica; 2 – blacha trapezowa *Fig. 3. Examples of corrugated sheet to upper chord connection preventing its compression*

bottom chord from out-of-plane buckling; 1 - truss; 2 - corrugated sheet



Rys. 4. Schematy modelu fizycznego i modeli obliczeniowych ściskanego pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym połączeniem kratownicy płaskiej z dachową blachą trapezową

Fig. 4. Schemes of a physical and calculation model of the compression bottom chord laterally restrained by the flat truss to roof corrugated sheet connection

runku prostopadłym do płaszczyzny kratownicy, o sprężystości równoważnej (rysunek 4d), którą oblicza się ze wzoru

$$K = 1/(1/K_{roof} + 1/K_{con} + 1/K_{d})$$
 (1)

 K_{roop} , K_{con} , K_d – sprężystość giętna blachy trapezowej, połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy i wykratowania kratownicy (rysunek 4b), które są obliczane na jednostkę długości dolnego pasa kratownicy.

W ocenie wyboczenia z płaszczyzny kratownicy pas dolny jest traktowany jak ściskany pręt na sprężystym podłożu obustronnym, o sprężystości zastępczej K (rysunek 4e i f). Sprężystość giętną blachy trapezowej K_{roof} (rysunek 5a) można obliczyć ze wzoru [1, 2]

$$K_{roof} = 2EI_{roof} / (h^2 l_{roff})$$

gdzie:

 h – odległość między osiami blachy trapezowej i pasa dolnego;

 I_{roop} I_{roof} – rozpiętość przęsła i moment bezwładności blachy trapezowej,

E - moduł sprężystości podłużnej stali.

Sprężystość giętna połączenia blachy trapezowej K_{con} ma zazwyczaj największy wpływ na sztywność podparcia sprężystego K pasa dolnego kratownicy (rysunek 5b). Wyznacza się ją doświadczalnie, numerycznie (np. [6]) lub oblicza wg oszacowań zaproponowanych przez Lindnera [7, 8] i przyjętych w [4]. Sztywność giętną połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} można obliczyć ze wzoru [1, 2]

$$K_{con} = C_{D,A}/h^2$$
 (3)

gdzie: C_{D,A} – sprężystość połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy, którą wyznacza się wg [4] ze wzoru

$$C_{D,A} = C_{100} k_{ba} k_t k_A k_{bT}$$
 (4)
gdzie:

 \tilde{C}_{100} – współczynnik bazowy pasa stężanego elementu o szerokości 100 mm; k_i – współczynniki zależne od szerokości pasa stężanego elementu, geometrii i ułożenia arkusza blachy trapezowej, rozstawu łączników oraz od kierunku i wartości obciążenia przekazywanego z poszycia na stężany element.

(2)

70 lat Wydziału Budownictwa Lądowego i Wodnego

W przypadku jednakowych krzyżulców typu V kratownicy (rysunek 5c), sztywność giętną wykratowania K_d oblicza się ze wzoru [1, 2]

$$K_{d} = 3EI_{d}l_{1}^{-1}l_{d}^{-3}$$
(5)

gdzie: l₁ – odległość między węzłem pasa górnego i węzłem pasa dolnego kratownicy;

 l_d , I_d – długość i moment bezwładności przekroju krzyżulca.

Sztywność giętna K_d wykratowania typu N (rysunek 5d) wynosi [1, 2]

$$K_{d} = 3El_{1}^{-1}l_{d}^{-3}l_{s}^{-3}(I_{d}l_{s}^{3} + I_{s}l_{d}^{3})$$
(6)

gdzie: l₁ – odległość między węzłem pasa górnego i węzłem pasa dolnego;

 l_d , I_d , $\hat{l_s}$, $I_s - d$ ługość i moment bezwładności przekroju odpowiednio krzyżulca i słupka.

Sztywność giętna K_d wykratowania W (rysunek 5e) wynosi [1, 2]

W (rysunek 5e) wynosi [1, 2]

$$K_d = 3EI_1^{-1}I_{d1}^{-3}I_{sd2}^{-3}(I_{d1}I_{sd2}^{31} + I_sI_{d1}^{3}I_{d2}^{3} + 2I_{d2}I_{sd1}^{3}I_{d1}^{3})$$

ł

 l_1 – odległość między węzłem pasa górnego i pasa dolnego;

 l_{d1} , I_{d1} , l_{d2} , I_{d3} , l_s , I_s – długość i moment bezwładności przekrojów krzyżulcówi słupka.

Długość wyboczeniową jednogałęziowego pasa dolnego z płaszczyzny kratownicy 1_{er z} wyznacza się ze wzoru

$$l_{\rm cr,z} = \pi^4 \sqrt{0,25 E l_z K}$$
(9)

W analizie wytężenia względem osi dwugałęziowe pasy dolne (rysunki 3b, 4f) są traktowane jak mimośrodowo ściskane pręty jednogałęziowe, obliczane wg teorii II rzędu. W ocenie ich nośności ma zastosowanie pkt 6.4 normy PN-EN 1993-1-1 [9], z pewnymi modyfikacjami [2, 3]. W przypadku dwugałęziowego pasa kratownicy jego sztywność ulega redukcji i w ocenie nośności należy uwzględnić lokalne zginanie oraz deformacje jego gałęzi. Stąd obciążenie krytyczne z płaszczyzny kratownicy dwugałęziowego pasa dolnego stężonego bocznie blachą trapezową oblicza się [3] ze wzoru:

$$\begin{split} N_{\rm cr, z, 2} &= \sqrt{\rm KEI}_{\rm eff} \lfloor 2 - \sqrt{\rm KEI}_{\rm eff} / S_v \rfloor \\ g dy \; S_v / \sqrt{\rm KEI}_{\rm eff} > 1 \end{split} \tag{10}$$

$$N_{cr, z, 2} = \sqrt{KEI_{eff}} / S_v gdy S_v / \sqrt{KEI_{eff}} \le 1$$
 (11)



(7)

Rys. 5. Schemat obliczania sprężystości giętnej: a) blachy trapezowej K_{roof} ; b) połączenia blachy trapezowej z pasem górnym kratownicy K_{con} ; c), d) i e) wykratowania kratownicy K_{d} ; 1 – kratownica; 2 – blacha trapezowa

Fig. 5. Schemes for determining the flexibilities: a) corrugated sheet K_{roop} : b) connection corrugated sheet with flat truss K_{con} and c) web members K_d ; 1 - truss, 2 - corrugated sheet

Obciążenie krytyczne pasa dolnego stężonego bocznie sprężystym zamocowaniem kratownicy w blasze trapezowej

Obciążenie krytyczne z płaszczyzny kratownicy jednogałęziowego pasa dolnego (rysunki 3a, 4e) stężonego bocznie blachą trapezową (jako pręta na sprężystym podłożu o sprężystości K), można obliczyć ze wzoru [1, 2]

$$N_{cr, z, l} = 2\sqrt{KEI}_{z}$$
 (8) gdzie:

I_z – moment bezwładności pasa dolnego kratownicy względem osi z. Wzór na moment zginający wg teorii II rzędu podany w pkt 6.4 normy PN-EN 1993-1-1 [10] ma następującą, zmodyfikowaną postać

$$M_{Ed} = (N_{Ed}e_0 + M_{Ed}^{I})/(1 - N_{Ed}/N_{cr,2})$$
(12)
gdzie:

 $N_{cr, 2}$ – siła krytyczna dwugałęziowego pasa dolnego obliczona wg (10) lub (11);

N_{Ed} – obliczeniowa siła ściskająca w pasie dolnym kratownicy;

 $e_0 = l_{cr,z}/500 - wstępne łukowe wygięcie osi podłużnej pasa dolnego kratownicy;$

 M_{Ed}^{l} – maksymalny obliczeniowy przęsłowy moment zginający w pasie dolnym kratownicy bez uwzględnienia efektów drugiego rzędu.

Wnioski

W dachach bezpłatwiowych blachy trapezowe odpowiednio połączone z pasem górnym kratownic mogą być uwzględniane w ocenie stateczności z płaszczyzny ustroju zarówno ich pasów górnych, jak i pasów dolnych. Sztywność skrętna ustroju złożonego z blach trapezowych połączonych z płaską kratownicą ogranicza przemieszczenia boczne jej pasa dolnego. Wówczas to sprężyste "zamocowanie" kratownicy w obudowie dachowej można uwzględnić w ocenie wyboczenia pasa dolnego z płaszczyzny ustroju. W takim przypadku można zrezygnować z klasycznych stężeń prętowych, które zmniejszają długość wyboczeniową pasów dolnych z płaszczyzny kratownicy. Uzyskuje się w ten sposób oszczędność stali oraz czasu wykonania konstrukcji i jej montażu. Z analiz wynika, że największy wpływ na boczne usztywnienie stabilizacyjne pasów dolnych kratownic ma sztywność giętna połączeń blachy trapezowej z ich pasem górnym. Należy ją wyznaczać doświadczalnie lub określać, stosując zaawansowane modele numeryczne. Wpływ na sztywność giętną K_{con} ma nie tylko rozwiązanie konstrukcyjne połączenia poszycia z pasem górnym kratownicy, ale również cechy geometryczne blach trapezowych.

Literatura

 Biegus A.: Blacha fałdowa jako usztywnienie pasów kratownic płaskich przy wyboczeniu z ich płaszczyzny. Budownictwo i Architektura 13 (3) (2014).
 Biegus A.: Trapezoidal sheet as a bracing preventing flat trusses from out-of-plane buckling. Archives of Civil and Mechanical Engineering, 15 (2015) 735 – 741.

[3] Gozzi J.: Design of roof trusses. Access-Steel SN027a-EN-EU.

[4] PN-EN 1993-1-3:2008 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne. Reguły uzupełniające dla konstrukcji z kształtowników i blach profilowanych na zimno.

 $\mbox{[5]}\ prEN 1090-4$ Execution of steel structures and aluminium structures. CEN/TC 135 – N 661.

[6] Gajdzicki M., Goczek J.: Numerical simulation to determine torsional restrain of cold-formed Z--purlin. XII International Conference on Metal Structures, Wrocław, 15-17 June 2011 (2011).

[7] Lindner J., Gregull T.: Drehbettungswerte für Dachdeckungen mit untergelegter Wärmedämmung. Stahlbau 58 (6) (1989) 173 – 179.

[8] Lindner J., Groeschel F.: Drehbettungswerte für Profilblechbefestigung mit Setzbolzen bei unterschiedlich grossen Auflasten. Stahlbau 65 (6) (1996) 218 – 224.

[9] PN-EN 1993-1-1: 2006 Eurokod 3: Projektowanie konstrukcji stalowych. Część 1-3: Reguły ogólne i reguły dla budynków.

Przyjęto do druku: 12.08.2015 r.