Katedry Mechaniki i Inżynierii Materiałowej oraz Katedry Mostów i Kolei Politechniki Wrocławskiej.



Projekt współfinansowany ze środków Unii Europejskiej w ramach Europejskiego Funduszu Społecznego.

### Literatura

[1] Czub P., Bończa-Tomaszewski Z., Penczek P., Pielichowski J.: Chemia i technologia żywic epoksydowych, WNT Warszawa 2002 r. [2] German J.: Podstawy mechaniki materiałów

dr inż. Piotr Mackiewicz<sup>1)</sup>

włóknistych, Kraków 1996 r.

[3] Guidelines for the Design and Construction of Externally Bonded FRP systems for Strengthening Existing Structures. Metallic Structures. Rome CNR-DT 202/2007

[4] Jankowiak I., Madai A.: Analiza numervczna wzmacniania taśmami CFRP betonu rozciąganego stalowo-betonowej belki zespolonej. X Konf. Konstrukcje zespolone, Zielona Góra 26-27 czerwca 2014 r.

[5] Kuczma B., Kuczma M.: Klejone stalowo-betonowe belki zespolone, Mosty 5/2012 r.

[6] Łagoda M.: Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów, Seria Inżynieria Lądowa, Monografia 322, Politechnika Krakowska, Kraków 2005.

[7] Łagoda M., Kowal M.: Wzmacnianie konstrukcji stalowych materiałami kompozytowymi. Materiały Budowlane Nr 4/2011.

[8] Machelski C., Toczkiewicz R.: Identyfikacja podatności połączenia w dźwigarach mostów ze-

spolonych. Efekty obciażeń zmieniających położenie. Mosty Nr 6/2011.

[9] Machelski C., Wrzesiński M.; CFRP Strengthening of Deck Beams in Railway Steel Bridges, SBIC 2015, September 14 - 16th, 2015, Istanbul, p. 737 - 746

[10] Marcinowski J., Iwankiewicz R.: Zastosowanie okładek włókno kompozytowych do zwiekszenia odporności na wyboczenie prętów. X Konf. Konstrukcje zespolone, Zielona Góra, 26-27 czerwca 2014.

[11] Wrzesiński M.: Badania nad wzmocnieniem elementów starych mostów. Kooper-field 2014, wyd. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiei, Wrocław 2014 r.

[12] Wrzesiński M.: Wzmocnienia starych mostów stalowych przy użyciu CFRP. Kooper--field 2012, wyd. Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 2012 r.

Przyjęto do druku: 24.08.2015 r.

# Parametry materialowe mieszanek mineralno-asfaltowych w badaniu statycznym i dynamicznym

Material parameters of asphalt mixtures identified in static and dynamic tests

### DOI: 10.15199/33.2015.10.16

Streszczenie. W artykule przedstawiono procedurę określania lepkosprężystych cech materiałowych uzależnionych od temperatury oraz warunków obciążenia. Analizie poddano statyczne badanie pełzania oraz badanie dynamiczne (o częstotliwości 10 Hz) oparte na schemacie belki czteropunktowej (4BP). Na podstawie tych badań określono parametry lepkosprężyste modelu Burgersa. W obu przypadkach uzyskano podobną ich zmienność od temperatury, jednak różne wartości bezwzględne. Wykazano, że parametry lepkosprężyste są uzależnione istotnie od czasu trwania obciążenia i temperatury. Stwierdzono, że w przypadku badań statycznych o długotrwałym obciążeniu parametry te należy określać z krzywych pełzania, natomiast badań dynamicznych z histerezy. Badania pełzania pod obciążeniem statycznym oraz dynamiczne 4BP stanowią skuteczną metodę określania parametrów reologicznych materiałów stosowanych w nawierzchniach drogowych.

Słowa kluczowe: parametry lepkosprężyste, badanie pełzania, badanie zmęczeniowe, mieszanka mineralno-asfaltowa, model Burgersa, belka czteropunktowo zginana.

Określenie miarodajnych cech materiałowych jest kluczowe w analizach konstrukcji. Odpowiednie parametry materiałowe oraz dobrany model pozwalają na skuteczne wykorzystanie metod numerycznych pozwalających następnie wyznaczyć m.in. stan naprężeń i odkształceń w analizowanym modelu konstrukcji. W przypadku mieszanek mineralno-asfal(Oryginalny artykuł naukowy)

Abstract. In the manuscript, a procedure of identification of viscoelastic material features in dependence on temperature and load conditions was described. The subject of the study were static creep and dynamic tests (with the frequency of 10 Hz) based on four point bending beam (4BP). As a result of these studies, viscoelastic parameters for the Brugers" model were determined. Similar variation of parameters in dependence on temperature was found for two test but different absolute values were obtained. It was shown that these parameters depend significantly on the load time and temperature. We also found that the parameters should be determined using a creep curve for static analyses with persistent load, whereas in the case of dynamic studies - using a hysteresis. Procedures for these studies were described in details. The 4BP static creep and dynamic tests are sufficient methods determining rheological parameters for materials devoted to flexible pavements.

Keywords: Viscoelastic parameters, Creep Test, Fatigue tests, Asphalt mixes, Burgers model, four point bending beam.

> towych stosowanych jako główny materiał w budowie podatnych nawierzchni drogowych jest to szczególnie istotne, gdyż są one materiałem termoplastycznym zmieniającym właściwości w zależności od warunków termicznych. W różnych warun-

<sup>&</sup>lt;sup>1)</sup> Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego; e-mail:piotr.mackiewicz@pwr.edu.pl

kach zarówno pod obciążeniem statycznym, jak i dynamicznym ujawniają swoje cechy reologiczne, które w wysokiej temperaturze są znacznie bardziej przydatne do opisu materiału niż w niskiej, kiedy wystarczą modele liniowo-sprężyste.

Warstwy asfaltowe w nawierzchniach drogowych mają zarówno cechy sprężyste, jak i lepkie. Sprężyste dominują w temperaturze niższej i odpowiadają za odwracalne deformacje nawierzchni asfaltowej, natomiast lepkie są typowe w temperaturze wysokiej. Problemem jest właściwe określenie parametrów reologicznych mieszanek mineralno-asfaltowych na podstawie badań laboratoryjnych.

Do typowych badań statycznych, w których określa się te parametry, należy badanie pełzania statycznego pod stałym obciażeniem: przy ściskaniu próbek walcowych oraz przy zginaniu belek [1]. Do badań dynamicznych należą analogiczne badania: przy ściskaniu próbek walcowych oraz przy zginaniu zmeczeniowym belek. W różnych schematach zamocowania oraz warunkach obciążenia (czas i częstotliwość) można uzyskać różne wartości parametrów reologicznych, dlatego też istotny jest wybór metody badawczej, wg której wyznaczy się parametry, a następnie zastosuje do modeli opisujących zachowanie się konstrukcji.

### Opis badania pełzania i badania dynamicznego

Badanie pełzania statycznego przy zginaniu 4BP przeprowadzono w urządzeniu NAT (Nottingham Asphalt Tester). Warunki techniczne i merytoryczne do badania przyjęto wg [2]: zastosowano obciążenie stałe 0,30 MPa (15% wartości wytrzymałości na zginanie w temperaturze 25 °C), czas trwania obciążenia 1800 s, czas trwania odciążenia 510 s. W celu określenia zmiennych cech reologicznych uwzględniono temperature badania: -5°C, 0°C, 10°C, 25°C. Wymiary próbek wynosiły: szerokość 60 mm, wysokość 50 mm, długość 384 mm. Na rysunku 1 i na fotografii 1 przedstawiono schemat badania pełzania statycznego 4BP.

**Badanie dynamiczne 4BP** polega na cyklicznym zginaniu belki podpartej czteropunktowo zgodnie z rysunkiem 2 i fotografią 2 [3]. Badania przeprowadzono w warunkach sinusoidalnego wymuszenia kinematycznego, przy kontrolowanym odkształceniu (amplituda odkształcenia 100 x 10<sup>-6</sup>). Wymiary belek zginanych oraz temperaturę badania przyjęto jak w przypadku badania statycznego. Podsta-



Rys. 1. Schemat badania pełzania statycznego 4BP

Fig. 1. Scheme of static creep 4BP











Fot. 2. Badanie dynamiczne 4BP Photo 2. Dynamic test 4BP

wowym parametrem, jaki określano podczas badania, była rejestracja histerezy zmęczeniowej w zależności od liczby cykli obciążenia. Badania przy założonym stałym odkształceniu międzyszczytowym pozwoliły na rejestrację zmiany naprężenia w zależności od cykli obciążenia. Badania przeprowadzono w aparacie Beam-Flex produkcji Cooper Research Technology Ltd., stosując typową mieszankę mineralno-asfaltową stosowaną do nawierzchni drogowych na warstwę wiążącą AC16W, zawierającą 4,5% asfaltu 35/50.

## Identyfikacja parametrów reologicznych

W praktyce drogowej stosuje się wiele modeli reologicznych. Teoria lepkosprężystości jest coraz częściej stosowana do analizy nawierzchni asfaltowych ze względu na dobry opis płynięcia i deformacji materiałów drogowych.

Pionierskie prace z dziedziny reologii powstały w latach trzydziestych, natomiast znaczny jej rozwój nastąpił w latach pięćdziesiątych XX wieku. W Polsce duży wkład w rozwój reologii w budownictwie wniósł Kisiel [4] oraz Nowacki [5], a następnie Jakowluk [6]. W przypadku mieszanek mineralno-asfaltowych na uwagę zasługuje jedna z pierwszych prac [7]. Zagadnienia wykorzystania modeli reologicznych do opisu mieszanek mineralno-asfaltowych można znaleźć m.in. w pracach [8, 9]. Ich parametry były określane w różnych warunkach obciażeń statycznych [10, 11, 12] oraz dynamicznych [7, 13, 14]. Obecnie, ze względu na dużą dostępność programów do obliczeń numerycznych, nie zwraca się uwagi na odpowiedni dobór metody badawczej, zastosowanie odpowiedniego modelu oraz wykorzystanie miarodajnych parametrów w modelach nawierzchni.

Stwierdzono, że spośród wielu modeli lepkosprężystych wiarygodny do opisu zachowania się betonu asfaltowego jest model Burgersa [11, 15, 16], którego schemat, wraz z oznaczeniami parametrów, przedstawiono na rysunku 3.

Badanie pełzania statycznego wykonano w warunkach zginania 4BP. Krzywa pełzania modelu Burgersa ma swoją interpretację graficzną (rysunek 4). Wyznaczenie parametrów można wykonać na podstawie wartości odkształceń natychmiastowych, maksymalnych (moduły sprężystości) oraz prędkości odkształcenia (współczynniki



 $\begin{array}{l} \mathsf{E}_1 & - \mbox{modul} \mbox{spre}zystości natych-miastowej w modelu Burgersa [Pa] \\ \mathsf{E}_2 & - \mbox{modul} \mbox{spre}zystości opóźnio$  $nej w modelu Burgersa [Pa] \\ \eta_1 & \mbox{spre}zystości w mo$  $delu Burgersa [Pas] \\ \eta_2 & \mbox{spre}zystego w modelu Bur$  $gersa [Pas] \end{array}$ 

**Rys. 3. Model reologiczny Burgersa** *Fig. 3. Burgers rheological model* 

lepkości). Taka interpretacja nie jest jednak zbyt dokładna, gdyż duże błędy mogą wystąpić przy rejestracji odkształceń natychmiastowych i podczas nawrotu sprężystego. Zaproponowano wyznaczenie parametrów metodą numeryczną uwzględniającą cały przebieg krzywej pełzania przy obciążeniu i krzywej przy odciążeniu.

Do aproksymacji laboratoryjnej krzywej pełzania krzywą teoretyczną wykorzystano



**Rys. 4 Krzywa pełzania modelu Burgersa** *Fig. 4. Curve Burgers creep model* 

metodę gradientu sprzężonego, która jest skuteczna przy rozwiązywaniu problemów optymalizacji. Polega na tym, że kolejne kierunki poszukiwań są sprzężone do poprzednich wyników. Z każdego punktu jest wyznaczane minimum funkcji w danym kierunku. Poszukiwane zmienne stanowiły parametry reologiczne modelu Burgersa:  $E_1, E_2, \eta_1, \eta_2$  (rysunek 3). Funkcję celu przyjęto w postaci:

$$\Delta p = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=1} (\varepsilon_{ii} - \varepsilon_{ii})^2}{1}} 100\% => \text{minimum (1)}$$

gdzie:

$$\begin{split} \widetilde{\epsilon}_{ii} &- \text{odkształcenie pomierzone na próbce [-];} \\ \varepsilon_{ii} &- \text{odkształcenie teoretyczne obliczone dla modelu [-];} \end{split}$$

l – liczba pomierzonych punktów.

Odkształcenia teoretyczne określono z równań modelu Burgersa, wychodząc z różniczkowej zależności konstytutywnej naprężenia  $\sigma$  i odkształcenia  $\varepsilon$  (2a, 2b):

$$\dot{\sigma} + a\sigma + b\sigma = c\epsilon + d\epsilon$$
 (2a)

$$\sigma + \left(\frac{\eta_1}{E_1} + \frac{\eta_1}{E_2} + \frac{\eta_2}{E_2}\right) \cdot \sigma + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_1 E_2} \cdot \sigma = \eta_1 \cdot \varepsilon + \frac{\eta_1 \eta_2}{E_2} \cdot \varepsilon \quad (2b)$$

Po rozwiązaniu uzyskuje się zależności odkształcenia  $\varepsilon(t)$  od czasu t (3,4). w przypadku obciążenia t < t<sub>0</sub>

$$\varepsilon(t) = \sigma_0 \left[ \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2} \left( 1 - e^{\frac{-tE_2}{\eta_2}} \right) \right] \quad (3)$$

w przypadku odciążenia  $t > t_0$ 

$$\epsilon(t) = \sigma_0 \left[ \frac{t_0}{\eta_1} - \frac{1}{E_2} e^{\frac{-tE_2}{\eta_2}} \left( 1 - e^{\frac{t_0E_2}{\eta_2}} \right) \right] \quad (4)$$

Określenie parametrów reologicznych może skutecznie przyczynić się do optymalizacji projektowania składu mieszanek także w warunkach zmęczeniowych, gdy występuje dyssypacja energii związana z powstawaniem mikrospękań. Przeprowadzono procedurę wyznaczenia parametrów reologicznych w warunkach obciążeń powtarzalnych przy częstotliwości obciążenia 10 Hz. Taka częstotliwość jest stosowana zgodnie z normą [2] do oceny cech zmęczeniowych mieszanek mineralno-asfaltowych. Parametry reologiczne określono, dobierając parametry modelu Burgersa dla histerezy naprężenie  $\sigma$  – odkształcenie  $\varepsilon$  (rysunek 5), metodą gradientu sprzężonego, minimalizując funkcję (1).

Na podstawie zależności dla belki 4BP (5-7) można wyznaczyć wymagane wartości naprężeń  $\sigma$ , odkształceń  $\varepsilon$  i kąta przesunięcia fazowego  $\phi$  w dowolnym cyklu i w dowolnym czasie obciążenia.

$$\sigma = 3Pa/bh^2 \tag{5}$$

$$\epsilon = 12\Delta h/(3L^2 - 4a^2)$$
 (6)  
 $\phi = 360 fs$  (7)

gdzie:

P – siła [N];

b, h – szerokość i wysokość belki [m];

- a odległość miedzy podpora i siła [m], a = L/2;
- $\Delta \text{przemieszczenie} [m];$
- L rozstaw podpór [m];
- f częstotliwość [Hz], f =  $\omega/2\pi$ ;

s – czas opóźnienia pomiędzy siłą P i przemieszczeniem  $\Delta$  [s].

Zgodnie z rysunkiem 5 możliwe jest określenie zespolonego modułu sztywności E\* i kąta przesunięcia fazowego pomiędzy odkształceniem a naprężeniem (7, 8):

$$E^* = \sigma_0 \sin(\omega t) / \varepsilon_0 \sin(\omega t - \phi)$$
(7)  
$$tg\phi = E_2 / E_1$$
(8)



 $\phi$  – kąt przesunięcia fazowego [°];  $\omega$  – częstotliwość kątowa =  $2\pi f$  [1/s]; t – czas [s];  $\sigma_0$ – amplituda naprężenia [MPa];  $\epsilon_0$ – amplituda odkształcenia [-]; E\* – moduł zespolony [MPa]; E<sub>1</sub> – część rzeczywista modułu zespolonego [MPa]; E<sub>2</sub> – część urojona modułu zespolonego [MPa]

### Rys. 5. Histereza zmęczeniowa służąca do identyfikacji parametrów

Fig. 5. Fatigue hysteresis used to identify parameters

W kryteriach poszukiwawczych najdokładniejszego dopasowania wyników laboratoryjnych histerezą określoną modelem Burgersa wprowadzono dodatkowe warunki zgodności kąta fazowego i modułu zespolonego z badań oraz wg modelu. Zależności kąta fazowego oraz modułu zespolonego od parametrów modelu Burgersa opisano równaniami (9, 10):

$$E^{*} = \omega \left[ \frac{c^{2} + (d\omega)^{2}}{(b\omega^{2} - 1)^{2} + (a\omega)^{2}} \right]^{1/2}$$
(9)

$$tg\phi = \frac{ad\omega^2 - (b\omega^2 - 1)c}{(b\omega^2 - 1)d\omega + ac\omega}$$
(10)

Korzystając z równania (2a), dla cyklicznego symetrycznego sinusoidalnego odkształcenia  $\varepsilon = \varepsilon_0 \sin (\omega t - \phi)$  otrzymuje się zależność:

 $\sigma + a\dot{\sigma} + b\ddot{\sigma} = -\varepsilon_0 \omega \left[ d\omega \sin \left( \omega t \right) - c\cos \left( \omega t \right) \right]$ (11)

Zmienne a, b, c, d ujęte w równaniu konstytutywnym (11) opisane są zależnościami (12-15):

$$a = (\eta_1 / E_1) + (\eta_1 / E_2) + (\eta_2 / E_2)$$
(12)

$$b = (\eta_1 \eta_2) / (E_1 E_2)$$
(13)

 $c = \eta_3$  (14)  $d = (\eta_1 \eta_2)/(E_2)$  (15)

### Wyniki oceny parametrów

Na podstawie przedstawionej procedury oceny parametrów lepkosprężystych oraz badań w różnych warunkach temperatury uzyskano parametry modelu Burgersa do badania pełzania przy obciążeniu statycznym (tabela 1) oraz dynamicznym (tabela 2).

### Tabela 1. Parametry reologiczne modelu Burgersa uzyskane w przypadku badania pełzania 4BP

Table 1. Viscoelastic parameters Brugers model for static creep test 4BP

Para- metr	Temperatura				
	-5°C	0°C	10°C	25°C	
E <sub>1</sub> [MPa]	5 733	3 902	1 762	742	
η <sub>1</sub> [MPas]	1 570 013	830 165	362 676	148 891	
E <sub>2</sub> [MPa]	4 519	3 504	2 628	1 483	
η <sub>2</sub> [MPas]	1 972 192	886 096	40 000	34 914	

### Tabela 2. Parametry reologiczne modelu Burgersa uzyskane w przpadku badania dynamicznego 4BP

 Table 2. Viscoelastic parameters Brugers

 model for dynamic test 4BP

Para- metr	Temperatura				
	-5°C	0°C	10°C	25°C	
E <sub>1</sub> [MPa]	27 770	21 740	13 764	9 778	
$\eta_1$ [MPas]	24 584	18 890	11 103	5 288	
E <sub>2</sub> [MPa]	33 521	25 781	15 130	7 084	
$\eta_2$ [MPas]	5 414	3 665	1 023	161	

Na rysunku 6 pokazano wyniki badań oraz aproksymacji krzywych pełzania modelem Burgersa w badaniu statycznym w przypadku różnej temperatury. Natomiast wyniki badań dynamicznych oraz aproksymacji krzywych  $\sigma - \varepsilon$  modelem Burgersa w badaniu dynamicznym w temperaturze +10 °C na rysunku 7. Na rysunkach 8 i 9 pokazano zmianę parametrów w zależności od temperatury w przypadku



Rys. 6. Wyniki badań oraz aproksymacji krzywych pełzania modelem Burgersa w badaniu statycznym

Fig. 6. The results of research and approximation of curves  $\sigma - \varepsilon$  for Burgers model in the static



Rys. 7. Wyniki badań oraz aproksymacji krzywych  $\sigma-\epsilon$  modelem Burgersa w badaniu dynamicznym w przypadku temperatury 10 °C

Fig. 7. The results of research and approximation of curves  $\sigma - \varepsilon$  for Burgers model in the dynamic test temperature of 10 °C

obu badań. W niższej temperaturze obserwuje się większą zmianę parametrów niż w wyższej. Cechy reologiczne uwydatniają się już od -5°C. W miarę wzrostu czasu działania obciążenia w badaniu statycznym pełzania uzyskuje się mniejsze wartości parametrów związanych ze sprężystością E1 i E2, natomiast większe parametry związane z lepkością  $\eta_1$  i  $\eta_2$ . W badaniu dynamicznym odpowiedź materiału na wpływ krótkiego obciążenia szybkozmiennego ma charakter bardziej sprężysty, ale w całym zakresie analizowanej temperatury widoczne są cechy reologiczne. Warto zaznaczyć, że wartości parametrów związane przede wszystkim z lepkością  $\eta_1$  i  $\eta_2$  są skorelowane z wartościami kąta przesunięcia fazowego  $\varphi$ . W przypadku temperatury -5°C, 0°C, 10°C, 25°C wartości kąta wynoszą



**Rys. 8. Zależność parametrów Burgersa od temperatury w badaniu statycznym** *Fig. 8. Burgers parameter dependence on the temperature in the static creep test* 



**Rys. 9. Zależność parametrów Burgersa od temperatury w badaniu dynamicznym** *Fig. 9. Burgers parameter dependence on the temperature in the dynamic test* 

odpowiednio: 5,6°, 6,3°, 12°, 25°. Dopiero przy wartości bliskiej zeru będą odpowiadać materiałowi sprężystemu.

### Podsumowanie

Na podstawie przeprowadzonych badań określono różne wartości parametrów lepkospręzystych modelu Burgersa i uzyskano zmienność parametrów od temperatury. Parametry te zależą również w znacznym stopniu od czasu trwania obciążenia. Przy modelowaniu zachowania się mieszanek mineralno-asfaltowych w nawierzchni należy więc dobrać odpowiedni sposób określania parametrów, uzależniony od czasu działania obciążenia. W przypadku badań statycznych o długotrwałym obciążeniu - z krzywych pełzania, natomiast w przypadku badań dynamicznych z histerezy. Stwierdzono, że w przypadku obciążeń dynamicznych o częstotliwości 10 Hz stosowanie modelu lepkosprężystego Burgersa jest uzasadnione. Przy wyższej częstotliwości i niskiej temperaturze może mieć to mniejsze znaczenie, gdyż materiał będzie miał zbliżone parametry do modelu sprężystego ze względu na małą wartość kąta przesunięcia fazowego.

Badanie pełzania pod obciążeniem statycznym oraz dynamiczne 4BP, w przyjętych warunkach (czas obciążenia, liczba cykli, temperatura), stanowi skuteczną metodę określania parametrów reologicznych. Pomocny jest przy tym liniowy model lepkosprężysty Burgersa, który dobrze interpretuje cechy termoplastyczne materiału stosowanego w nawierzchnia drogowych – mieszanek mineralno-asfaltowych.

### Literatura

[1] Judycki J., Modele reologiczne betonu asfaltowego, Zeszyty naukowe Politechniki Gdańskiej, nr 368, 1984.

[2] Cooper Research Technology Ltd. Nottingham Asphalt Tester. Manual. 1998.

[3] PN-EN 12697-24. Mieszanki mineralno-asfaltowe – Metody badań mieszanek mineralno-asfaltowych na gorąco – Część 24: Odporność na zmęczenie. PKN, Warszawa 2012.

[4] Kisiel I., Lysik B., Zarys reologii gruntów, działanie obciążenia statycznego na grunt, Arkady, Warszawa 1966.

[5] Nowacki W., Teoria pełzania, Warszawa 1963.

[6] Jakowluk A., Procesy pełzania i zmęczenia w materiałach. Warszawa: Wydaw. Nauk.-Tech., 1993.

[7] Monismith C. L., Alexander R. L., and Secor K. E., Rheologic behavior of asphalt concrete. In Proc. of the Association of Asphalt Paving Technologists, vol. 35, 1966.

[8] Hopman P. C., Nilsson R. N., Pronk A. C., Theory, Validation and Application of the Visco-Elastic Multilayer Program VEROAD. Proceedings of the eight International Conference on Asphalt Pavements, Seattle, USA, 1997.

[9] Collop A. C., Cebon D., Hardy M. S. Viscoelastic approach to rutting in flexible pavements. ASCE, Journal of Transportation Eng., Vol. 121, 1995.

[10] Mackiewicz P., Szydło A., Effect of load repeatability on deformation resistance of bituminous mixtures in creep and rutting tests. Archives of Civil Engineering. 2003 vol. 49 nr 1.

[11] Szydło A., Mackiewicz P., Verification of bituminous mixtures' rheological parameters through rutting test. Road Materials and Pavement Design. 2003, vol. 4, nr 4.

[12] Szydło A., Mackiewicz P., Asphalt mixes deformation sensitivity to change in rheological parameters. Journal of Materials in Civil Engineering. 2005, vol. 17, nr 1.

[13] Blab R., Harvey J. T. Viscoelastic rutting model with improved loading assumtions. Ninth International Conference on Asphalt Pavements, Copenhagen, 2002.

[14] Collop A. C., Cebon D., Hardy M. S. Viscoelastic approach to rutting in flexible pavements. ASCE, Journal of Transportation Eng., Vol. 121, 1995.

[15] Judycki J., Analiza niektórych właściwości reologicznych betonu asfaltowego poddanego działaniu obciążeń statycznych, Politechnika Gdańska, Gdańsk, 1975.

[16] Hopman P. C., Nilsson R. N., Pronk A. C., Theory, Validation and Application of the Visco-Elastic Multilayer Program VEROAD. Proceedings of the eight International Conference on Asphalt Pavements, Seattle, USA, 1997.

Przyjęto do druku: 22.08.2015 r.