dr hab. inż. Ewelina Kubacka[1)*)]
ORCID: 0000-0003-1727-9143
dr inż. Michał Gajdzicki[1)]
ORCID: 0000-0003-0555-1648

Composite materials as thermal barriers in building envelope elements

Materiały kompozytowe jako bariery termiczne w przegrodach budowlanych

DOI: 10.15199/33.2026.10.13

Abstract. The aim of this study is to analyse heat conduction in uniperiodic composite partitions using the Finite Element Method and the tolerance modelling technique, which makes it possible to account for the discontinuous variation of material properties and local effects of heat conduction. The temperature field distributions obtained from both approaches are consistent, and the relative differences do not exceed 5.5%, which confirms the effectiveness of the averaged tolerance model in the design of composite thermal barriers.

Keywords: composites; thermal barriers; tolerance modelling; finite element method.

Streszczenie. W artykule zaprezentowano analizę przewodzenia ciepła w kompozytowych przegrodach uniperiodycznych z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych oraz techniki tolerancyjnego modelowania, która pozwala na uwzględnienie skokowej zmienności właściwości materiałowych i lokalnych efektów przewodzenia ciepła. Rozkłady pola temperatury z obu podejść są zgodne, a różnice względne nie przekraczają 5,5%, co potwierdza skuteczność uśrednionego modelu tolerancyjnego w projektowaniu kompozytowych barier termicznych.

Słowa kluczowe: kompozyty; bariery cieplne; tolerancyjne modelowanie; metoda elementów skończonych.

Composite materials have become one of the key directions in the development of contemporary construction engineering. They enable the fabrication of elements with complex structures that combine high strength and stiffness with low weight and resistance to environmental exposure. Consequently, they are used in load-bearing and strengthening components, façade systems, lightweight claddings and coverings. The use of composites in building envelope assemblies is gaining increasing importance, as the material must simultaneously transfer loads and provide appropriate thermal performance. A properly designed multiphase structure makes it possible to control heat conduction while maintaining the required load-bearing capacity and structural stability of the component. Composites therefore constitute an attractive alternative to conventional insulation solutions used in walls, roofs and floor systems, particularly in buildings subject to increased energy-performance requirements. A composite is a structure composed of at least two materials with different physical and/or mechanical properties, most often a continuous matrix and inclusions in the form of fibres, layers or ribs. Appropriate selection and arrangement of the constituent materials enable the tailoring of effective properties that exceed those of homogeneous materials, resulting in increased stiffness and load-bearing capacity or more favourable thermal characteristics. In practice, composites are used, among others, in the aerospace industry, bridge structures, ventilated façades, sandwich panels and lightweight roof coverings. Increasingly,

Materiały kompozytowe stały się jednym z kluczowych kierunków rozwoju współczesnego budownictwa. Umożliwiają one kształtowanie elementów o złożonej strukturze, łączących dużą wytrzymałość i sztywność z niewielką masą oraz odpornością na działanie środowiska naturalnego. Dzięki temu znajdują zastosowanie począwszy od elementów nośnych i wzmacniających, przez układy fasadowe, po lekkie osłony i poszycia. Coraz większe znaczenie zyskuje wykorzystanie kompozytów w przegrodach budowlanych, gdzie materiał musi jednocześnie przenosić obciążenia i kształtować warunki cieplne. Odpowiednio zaprojektowana struktura wielofazowa pozwala kontrolować przewodzenie ciepła z zachowaniem wymaganej nośności i stateczności elementu. Kompozyty stają się interesującą alternatywą dla klasycznych rozwiązań izolacyjnych w ścianach, dachach i stropach, szczególnie w obiektach o zwiększonych wymaganiach energetycznych. Kompozyt to struktura złożona z co najmniej dwóch materiałów o odmiennych właściwościach fizycznych i/lub mechanicznych, najczęściej ciągłej matrycy oraz inkluzji w postaci włókien, warstw lub żeber. Odpowiedni dobór składników i ich rozmieszczenia umożliwia kształtowanie właściwości efektywnych przewyższających parametry materiałów jednorodnych, co pozwala uzyskać większą sztywność i nośność lub korzystniejsze charakterystyki cieplne. W praktyce kompozyty stosowane są m.in. w przemyśle lotniczym i kosmicznym, elementach mostowych, fasadach wentylowanych, panelach warstwowych i lekkich przekryciach dachowych. Coraz częściej rozpatruje się je jako przegrody pełniące funkcję barier termicznych. W tradycyjnych

[1)] Politechnika Łódzka, Wydział Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska
[*)] Correspondence address: ewelina.kubacka@p.lodz.pl

they are also being considered as building envelope components performing the function of thermal barriers. In conventional solutions, thermal insulation is provided primarily by porous materials, such as mineral wool, polystyrene and foam materials, which exhibit low thermal conductivity but limited stiffness and mechanical resistance. The use of composites makes it possible to combine thermal properties with the required load-bearing capacity and stiffness, which is of particular importance for slender building envelope elements exposed to wind loads, installation loads and local anchorage effects. An additional advantage is the possibility of tailoring the microstructure, providing the designer with a tool for controlling heat flow and optimising the temperature distribution across the cross-section.

Uniperiodic composites

Of particular importance from the perspective of tailoring thermal properties are composites with a uniperiodic structure. Their microstructure consists of repeating cells containing at least two phases with different physical and/or mechanical properties. The periodic distribution of materials results in discontinuous, strongly oscillating variations in thermal conductivity, density, or elastic modulus at the microscale. At the macroscale, however, the component may be described as an effective medium with homogenised properties dependent on the geometry of the unit cell and the volume fractions of the individual phases. In the case of building envelope components, this makes it possible to design composite layers in which an appropriate configuration of the repeating cell enables control of the direction and intensity of heat flow. In one-dimensionally periodic composites (Figure 1), the microstructure is repeated along a single predefined direction, usually coinciding with the direction of heat flow through the building envelope.

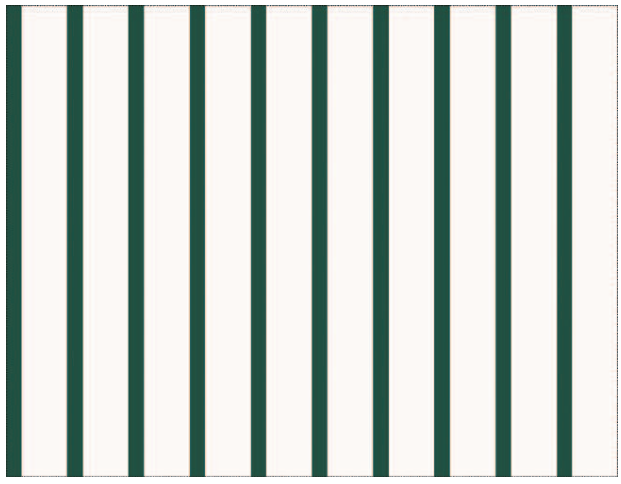


Fig. 1. Composite with a uniperiodic structure
Rys. 1. Kompozyt o strukturze uniperiodycznej

The selection of materials, their arrangement, and the thicknesses of the phases within the periodic cell allow the effective thermal conductivity of the layer and the temperature distribution across the building envelope cross-section to be tailored. From the user's perspective, this enables a more uniform temperature distribution over the internal surface, reduces zones of local cooling that may promote water-vapour condensation, and improves thermal comfort in indoor spaces.

Heat conduction

The description of heat conduction in composite structures with a periodic structure is more complex than in the case of homogeneous elements. In a classical homogeneous building

rozwiązaniach funkcję izolacji cieplnej pełnią przede wszystkim materiały porowate, takie jak wełna mineralna, polistyren czy materiały pianowe, o małej przewodności cieplnej, lecz ograniczonej sztywności i odporności mechanicznej. Zastosowanie kompozytów umożliwia połączenie właściwości cieplnych z wymaganą nośnością i sztywnością, co ma szczególne znaczenie w przypadku przegród smukłych, narażonych na działanie obciążeń wiatrem, montażowych oraz lokalnych zakotwień. Dodatkową zaletą jest możliwość kształtowania mikrostruktury, co daje projektantowi narzędzie do sterowania przepływem ciepła i optymalizacji rozkładu temperatury w przekroju.

Kompozyty o budowie uniperiodycznej

Szczególnie istotną grupę z punktu widzenia kształtowania właściwości cieplnych stanowią kompozyty o budowie periodycznej. Ich mikrostruktura składa się z powtarzalnych komórek, w których rozmieszczone są co najmniej dwie fazy o odmiennych właściwościach fizycznych i/lub mechanicznych. Okresowy rozkład materiałów prowadzi do nieciągłych, silnie oscylujących zmian przewodności cieplnej, gęstości czy modułu sprężystości w skali mikro, natomiast w skali makro element może być opisywany jako ośrodek efektywny o właściwościach uśrednionych, zależnych od geometrii komórki i udziałów objętościowych poszczególnych faz. W odniesieniu do przegród budowlanych umożliwia to projektowanie warstw kompozytowych, w których odpowiednie ukształtowanie komórki powtarzalnej pozwala kontrolować kierunek i intensywność przepływu ciepła. W kompozytach jednowymiarowo periodycznych (rysunek 1) mikrostruktura powtarza się wzdłuż jednego, z góry zadanego kierunku, zwykle zgodnego z kierunkiem przepływu ciepła przez przegrodę.

Dobór materiałów, ich kolejności oraz grubości faz w komórce periodycznej pozwalają kształtować efektywną przewodność cieplną warstwy i rozkład temperatury w przekroju przegrody. Z punktu widzenia użytkownika umożliwia to uzyskanie równomiernej temperatury powierzchni wewnętrznej, ograniczenie stref wychłodzenia sprzyjających kondensacji pary wodnej oraz poprawę komfortu cieplnego w pomieszczeniach.

Przewodzenie ciepła

Opis przewodzenia ciepła w strukturach kompozytowych o budowie periodycznej jest bardziej złożony niż w przypadku elementów jednorodnych. W klasycznej

partition, material parameters may be treated as constants, and the heat conduction equation has coefficients independent of spatial coordinates, which simplifies both theoretical analysis and numerical calculations. In a composite composed of several materials, however, numerous phase interfaces occur, at which thermal conductivity, density, or specific heat change discontinuously. Moreover, in periodic structures, a regularly repeating arrangement of such discontinuities is additionally present. This leads to equations with coefficients that strongly oscillate in space and are difficult to solve. To describe the behaviour of such media, averaging techniques are applied, including classical asymptotic homogenisation, which makes it possible to replace the actual complex microstructure with a model having so-called effective properties. This method performs well in the analysis of the global behaviour of an element. However, in its classical form, it does not directly account for the influence of the size of the periodic cell and may not fully reflect microstructure-related effects that are significant in the assessment of local temperature fields. For this reason, the tolerance modelling technique [1, 2] was applied in the considerations presented herein. It constitutes an alternative to classical asymptotic homogenisation and was developed to describe phenomena in micro-heterogeneous composite structures. In this approach, the concept of a basic cell with dimensions considerably smaller than those of the entire element is introduced, and the microstructure is treated as an arrangement of such cells, which allows the microscale to be defined unambiguously. A key role is played by the tolerance relation, which determines the extent to which two functions – interpreted as descriptions of physical states – may be regarded as indistinguishable from the point of view of calculations or measurements. This makes it possible to replace the actual strongly oscillating distributions of material properties with their periodic approximations, controlled by the tolerance parameter, which forms the basis for the subsequent averaging procedure. Within this technique, functions are divided into slowly varying, highly oscillating, and tolerance-periodic functions [3, 4]. Slowly varying functions describe phenomena at the macroscale, whereas highly oscillating functions reflect changes at the microscale, typical of transitions between constituent materials. Tolerance-periodic functions combine both levels of description. Their behaviour may be approximated by a periodic function with an accuracy determined by the tolerance parameter. On this basis, a cell-averaging operator is defined, which assigns to each function an effective value at a given point of the domain, thereby constituting a bridge between the micro- and macroscales. The fundamental assumption of the tolerance modelling technique is the micro-macro decomposition of the temperature field. It is assumed that the temperature in a micro-heterogeneous medium can be represented as the sum of a macroscopic part and a fluctuation component associated with the microstructure. The macrotemperature component is interpreted as a parameter descri-bing the global, averaged temperature distribution throughout the entire element,

przegrodzie jednorodnej parametry materiałowe można traktować jako stałe, a równanie przewodnictwa cieplnego ma współczynniki niezależne od współrzędnych przestrzennych, co upraszcza zarówno analizę teoretyczną, jak i obliczenia numeryczne. W kompozycie zbudowanym z kilku materiałów pojawiają się natomiast liczne powierzchnie styku faz, na których przewodność cieplna, gęstość czy ciepło właściwe zmieniają się skokowo, a w strukturach periodycznych dodatkowo występuje regularnie powtarzalny układ takich nieciągłości. Prowadzi to do równań z współczynnikami silnie oscylującymi w przestrzeni, które są trudne do rozwiązania. W celu opisu zachowania tego typu ośrodków stosuje się techniki uśredniania, w tym klasyczną homogenizację asymptotyczną, pozwalającą zastąpić rzeczywistą, złożoną mikrostrukturę modelem o tzw. właściwościach efektywnych. Metoda ta dobrze sprawdza się przy analizie globalnego zachowania elementu, ale w klasycznej postaci nie uwzględnia wprost wpływu wymiaru komórki periodycznej i może nie odzwierciedlać w pełni efektów związanych z mikrostrukturą, istotnych przy ocenie lokalnych pól temperatury. Z tego względu w prezentowanych rozważaniach zastosowano technikę tolerancyjnego modelowania [1, 2], stanowiącą alternatywę wobec klasycznej homogenizacji asymptotycznej i opracowaną z myślą o opisie zjawisk w mikroniejednorodnych strukturach kompozytowych. W podejściu tym wprowadza się pojęcie komórki podstawowej o wymiarach znacznie mniejszych od wymiarów całego elementu, a mikrostrukturę traktuje jako układ takich komórek, co pozwala jednoznacznie zdefiniować mikroskalę. Kluczową rolę odgrywa relacja tolerancji, określająca, w jakim stopniu dwie funkcje – interpretowane jako opisy stanów fizycznych – mogą być uznane za nierozróżnialne z punktu widzenia obliczeń lub pomiaru. Dzięki temu możliwe jest zastąpienie rzeczywistych, silnie oscylujących rozkładów właściwości materiałowych ich periodycznymi przybliżeniami, kontrolowanymi przez parametr tolerancji, co stanowi podstawę dalszej procedury uśredniania. W ramach tej techniki wprowadza się podział na funkcje wolnozmienne, silnie oscylujące oraz tolerancyjnie-periodyczne [3, 4]. Funkcje wolnozmienne opisują zjawiska w skali makro, natomiast funkcje silnie oscylujące odzwierciedlają zmiany w skali mikro, typowe w przypadku przejść między materiałami składowymi. Funkcje tolerancyjnie-periodyczne łączą oba poziomy opisu. Ich zachowanie można przybliżyć funkcją periodyczną z dokładnością wyznaczoną przez parametr tolerancji. Na tej podstawie definiuje się operator uśredniania po komórce, który przypisuje każdej funkcji wartość efektywną w danym punkcie obszaru, stanowiącą pomost między mikro- a makroskalą. Fundamentalnym założeniem techniki tolerancyjnego modelowania jest mikro-makro dekompozycja pola temperatury. Przyjmuje się, że temperatura w ośrodku mikroniejednorodnym może być przedstawiona jako suma części makroskopowej oraz składowej fluktuacyjnej związanej z mikrostrukturą. Składową makrotemperatury interpretuje się jako parametr opisujący globalny, uśredniony rozkład temperatury w całym elemencie, natomiast fluktuacje modeluje się z wykorzystaniem tzw.

whereas fluctuations are modelled using so-called fluctuation shape functions, selected so as to represent as accurately as possible the local character of temperature oscillations within the basic cell. Each of these shape functions is accompanied by a fluctuation amplitude dependent on macroscopic coordinates, which determines the intensity of a given type of oscillation at a specified location within the structure. Consequently, the temperature field is expressed as the sum of a slowly varying component and a combination of shape functions, which separates the influence of the macro- and microstructure on heat conduction. An important feature of the tolerance modelling technique is that it does not involve a formal passage in which the cell size tends to zero. The size of the microstructure remains a model parameter and appears in the averaged equations, making it possible to investigate its influence on effective heat conduction, temperature fluctuation amplitudes, and boundary effects. In the context of building partitions made of composite materials, this technique makes it possible, on the one hand, to describe the behaviour of the partition on a global scale – from the perspective of effective thermal insulation performance – and, on the other hand, to account for local temperature fluctuations and gradients in the vicinity of phase interfaces within the cell, which is significant in assessing the risk of condensation, the formation of thermal bridges, or local cooling zones.

Computational models

The analysed heat-conduction problem in a uniperiodic structure was considered using two complementary and independent numerical approaches. **The first** approach consisted of tolerance modelling, and the derived equations of the averaged model served as the starting point for further analysis. In order to solve these equations, the Finite Difference Method was applied [5], in which the continuous spatial domain was replaced by a discrete grid of nodes, and the spatial derivatives occurring in the equations were expressed in the form of appropriate difference quotients. For the time-dependent variable, a division into successive time levels was introduced, and the evolution of the temperature field was described using the Crank–Nicolson scheme, which is a classical example of an implicit scheme in which the time derivative is expressed as the average of the values at two successive time steps. The application of this scheme ensured unconditional stability of the computations and good accuracy in representing transient thermal processes, which is of significant importance in the analysis of transient heat conduction. The resulting system of algebraic equations was solved iteratively at successive time steps using a computational algorithm implemented in the Maple software. First, the distributions of macrotemperature and fluctuation amplitudes at the grid nodes were determined and then – on this basis, in accordance with the assumptions of the micro-macro decomposition – the distribution of the total temperature field in the analysed domain was reconstructed, taking into account both averaged macroscopic effects and corrections resulting from the microstructure. **The second**

fluktuacyjnych funkcji kształtu, dobranych tak, aby jak najlepiej odzwierciedlały lokalny charakter oscylacji temperatury w obrębie komórki podstawowej. Każdej z tych funkcji kształtu towarzyszy amplituda fluktuacji, zależna od współrzędnych makroskopowych, która określa intensywność danego typu oscylacji w określonym miejscu struktury. W efekcie pole temperatury zapisuje się jako sumę części wolnozmiennej oraz kombinacji funkcji kształtu, co rozdziela wpływ makro- i mikrostruktury na przewodzenie ciepła. Istotną cechą techniki tolerancyjnego modelowania jest to, że nie polega ona na formalnym przejściu z wymiarem komórki do zera. Rozmiar mikrostruktury pozostaje parametrem modelu i pojawia się w uśrednionych równaniach, co pozwala badać jego wpływ na efektywne przewodzenie ciepła, amplitudy fluktuacji temperatury oraz efekty brzegowe. W kontekście przegród budowlanych z materiałów kompozytowych, technika ta pozwala z jednej strony opisać zachowanie przegrody w skali globalnej – z punktu widzenia efektywnej izolacyjności cieplnej – a z drugiej uwzględnić lokalne fluktuacje temperatury i gradienty w pobliżu granic faz w komórce, co ma znaczenie przy ocenie ryzyka kondensacji, powstawania mostków cieplnych czy lokalnych stref wychłodzenia.

Modele obliczeniowe

Analizowane zagadnienie przewodzenia ciepła w strukturze uniperiodycznej rozpatrzono z wykorzystaniem dwóch komplementarnych i niezależnych podejść numerycznych. **Pierwsze** z nich polegało na tolerancyjnym modelowaniu, a wyprowadzone równania uśrednionego modelu posłużyły jako punkt wyjścia do dalszej analizy. W celu ich rozwiązania zastosowano Metodę Różnic Skończonych [5], w której ciągłą dziedzinę przestrzenną zastąpiono dyskretną siatką węzłów, a pochodne przestrzenne występujące w równaniach zapisano w postaci odpowiednich ilorazów różnicowych. W przypadku zmiennej zależnej od czasu wprowadzono podział na kolejne poziomy czasowe, a ewolucję pola temperatury opisano za pomocą schematu Cranka–Nicolson, będącego klasycznym przykładem schematu pośredniego, w którym pochodna czasowa wyrażana jest jako średnia z wartości w dwóch kolejnych krokach czasowych. Zastosowanie tego schematu zapewniło bezwarunkową stabilność obliczeń oraz dobrą dokładność odwzorowania przebiegu przejściowych procesów cieplnych, co ma istotne znaczenie przy analizie niestacjonarnego przewodzenia ciepła. Powstały w ten sposób układ równań algebraicznych rozwiązano iteracyjnie w kolejnych krokach czasu, za pomocą algorytmu obliczeniowego zaimplementowanego w programie Maple. W pierwszej kolejności wyznaczono przebieg makrotemperatury oraz amplitud fluktuacji w węzłach siatki, a następnie – na ich podstawie, zgodnie z założeniami mikro-makro dekompozycji – rekonstruowano rozkład pola temperatury całkowitej w badanym obszarze, uwzględniający zarówno uśrednione efekty makroskopowe, jak i korekty wynikające z mikrostruktury. **Drugie podejście** numeryczne opracowano jako niezależną procedurę weryfikującą, pole-

numerical approach was developed as an independent verification procedure, consisting in the direct solution of the same physical problem using the Finite Element Method. In this case, the actual microstructure of the composite was modelled by reproducing the geometric arrangement of the phases and assigning appropriate material properties to them. The numerical model was prepared in the Abaqus environment by defining a three-dimensional representation of the structure and discretising the domain using a regular mesh of finite elements with an appropriately selected density, enabling the correct representation of the temperature field and gradients at phase boundaries. Elements intended for heat-conduction analysis (DC3D8) were used, while boundary conditions and a thermal load corresponding to the considered case were imposed at the edges of the model. The calculations were carried out by analysing the transient problem and determining the distribution of the total temperature field as a function of time at the level of individual mesh elements, which enabled a detailed assessment of temperature changes both on the scale of the entire model and in the vicinity of interphase interfaces. The solution obtained in this way was treated as a numerical reference, directly reflecting the behaviour of a composite with a prescribed microstructure, without additional simplifications resulting from averaging procedures, which provided a basis for comparison with the results obtained using the tolerance model. In both approaches, the result of the calculations was the distribution of the total temperature field in the uniperiodic structure. The analysis carried out in this way was intended not only to determine the temperature fields but, above all, to compare them, thereby making it possible to assess the extent to which the averaged tolerance description, which is considerably less computationally expensive, is capable of faithfully reproducing the results obtained from the Finite Element Method model.

Temperature field distribution

To illustrate the problem under consideration, a case of transient heat conduction in a composite with a uniperiodic structure was analysed, in which the material properties vary periodically along one direction, while remaining constant in the perpendicular direction. The analysed domain has dimensions $L_1 = L_2 = 1$ [m] and represents a part of a building partition composed of ten repeating cells with a width l_2 equal to 0.1 [m], arranged along the direction perpendicular to the layers. Each cell consists of two materials corresponding to different phases of the composite, with the volume fraction of the first of them described by a geometric parameter determining the thickness of the respective layer within the cell. For the analysed uniperiodic structure, the value of this parameter was assumed to be equal to 0.25 of the cell width. For the first phase (inclusion), the specific heat $c = 500$ [J/(kg·K)], material density $\rho = 7800$ [kg/m^3], and thermal conductivity coefficient $k = 58$ [W/(m·K)] were assumed. For the second phase (matrix), the corresponding values were $c = 920$ [J/(kg·K)], $\rho = 2700$ [kg/m^3], and

gającą na bezpośrednim rozwiązaniu tego samego zagadnienia fizycznego z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych. W tym przypadku zamodelowano rzeczywistą mikrostrukturę kompozytu, odwzorowując geometryczny układ faz oraz przypisując im odpowiednie właściwości materiałowe. Model numeryczny przygotowano w środowisku Abaqus, definiując trójwymiarową reprezentację struktury, z dyskretyzacją obszaru za pomocą regularnej siatki elementów skończonych o odpowiednio dobranej gęstości, umożliwiającej poprawne odwzorowanie przebiegu pola temperatury oraz gradientów na granicach faz. Zastosowano elementy przeznaczone do analizy przewodzenia ciepła (DC3D8), a na krawędziach modelu zadano warunki brzegowe oraz obciążenie cieplne odpowiadające rozpatrywanemu przypadkowi. Obliczenia przeprowadzono analizując zagadnienie niestacjonarne i wyznaczając rozkład pola całkowitej temperatury w funkcji czasu na poziomie pojedynczych elementów siatki, co umożliwiło szczegółową ocenę zmiany temperatury zarówno w skali całego modelu, jak i w sąsiedztwie interfejsów międzyfazowych. Uzyskane w ten sposób rozwiązanie potraktowano jako numeryczne odniesienie, odzwierciedlające bezpośrednie zachowanie kompozytu o zadanej mikrostrukturze, bez dodatkowych uproszczeń wynikających z procedur uśredniających, co stworzyło podstawę do porównania z rezultatami otrzymanymi na podstawie modelu tolerancyjnego. W obu podejściach rezultatem obliczeń były rozkłady pola całkowitej temperatury w strukturze uniperiodycznej. Przeprowadzona w ten sposób analiza miała na celu nie tylko wyznaczenie pól temperatury, lecz przede wszystkim ich wzajemne porównanie, pozwalające ocenić, w jakim stopniu uśredniony opis tolerancyjny, znacznie mniej kosztowny obliczeniowo, jest w stanie wiernie odtwarzać wyniki uzyskane z modelu Metody Elementów Skończonych.

Rozkład pola temperatury

W celu zilustrowania rozważanego zagadnienia przeanalizowano przypadek niestacjonarnego przewodzenia ciepła w kompozycie o strukturze uniperiodycznej, w którym właściwości materiałowe zmieniają się okresowo wzdłuż jednego kierunku, przy stałych parametrach w kierunku prostopadłym. Analizowany obszar ma wymiary $L_1 = L_2 = 1$ [m] i reprezentuje część przegrody zbudowaną z dziesięciu powtarzalnych komórek o szerokości l_2 równej 0,1 [m], rozmieszczonych wzdłuż kierunku prostopadłego do warstw. Każda z komórek składa się z dwóch materiałów, odpowiadających różnym fazom kompozytu, przy czym udział objętościowy pierwszego z nich opisano za pomocą parametru geometrycznego określającego grubość odpowiedniej warstwy w komórce. W przypadku analizowanej struktury uniperiodycznej przyjęto wartość tego parametru równą 0,25 szerokości komórki. W odniesieniu do pierwszej fazy (inkluzji) przyjęto ciepło właściwe $c = 500$ [J/(kg·K)], gęstość materiału $\rho = 7800$ [kg/m^3] oraz współczynnik przewodzenia ciepła $k = 58$ [W/(m·K)]. W odniesieniu do drugiej fazy (matrycy) przyjęto odpowiednio $c = 920$ [J/(kg·K)], $\rho = 2700$ [kg/m^3]

k = 200 [W/(m·K)]. At the upper and left edges of the composite, a known value of the total temperature θ = 100 [°C] was prescribed (Dirichlet boundary condition), whereas the right and lower edges were assumed to be thermally insulated, which corresponds to a Neumann boundary condition with zero heat flux. The initial condition was assumed in the form of a uniform temperature distribution throughout the entire domain at t = 0, which makes it possible to analyse the influence of the heterogeneous composite structure on the course of the heat-conduction process over time. For the problem formulated in this way, calculations were performed over a prescribed time interval, recording the evolution of macrotemperature, fluctuation amplitudes, and the reconstructed total temperature field. As a result of applying the Finite Difference Method, the values of the quantities sought were obtained in the form of a set of points assigned to the nodes of the computational grid. The distribution of the total temperature field is shown in Figure 2, whereas the results obtained using the Finite Element Method in the Abaqus environment, presented in the form of a temperature-distribution map, are shown in Figure 3.

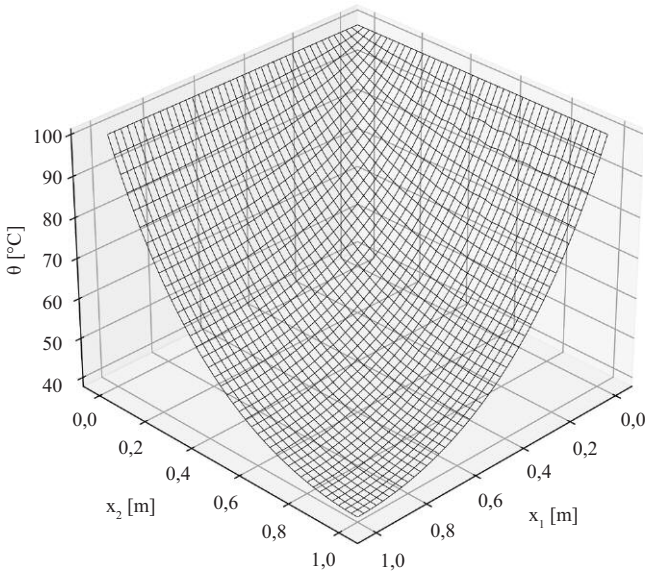


Fig. 2. Temperature field distribution – tolerance modelling method

Rys. 2. Rozkład pola temperatury – metoda tolerancyjnego modelowania

Both computational procedures applied make it possible to analyse the temperature variation not only throughout the entire volume of the composite but also in selected cross-sections and at prescribed time instants. The comparison of the temperature-field distributions was carried out at time t = 3600 [s], treating the results obtained using the Finite Element Method as the reference solution. For the same time step, the corresponding temperature distributions were determined using the tolerance model solved by the Finite Difference Method, and then relative differences were calculated at individual points of the analysed cross-section. The obtained deviations did not exceed 5.5% in comparison with the result of the FEM model, which confirms the

oraz k = 200 [W/(m·K)]. Na górnej i lewej krawędzi kompozytu zdefiniowano znaną wartość temperatury całkowitej θ = 100 [°C] (warunek brzegowy Dirichleta), natomiast krawędzie prawą i dolną przyjęto jako termicznie izolowane, co sprowadza się do warunku brzegowego Neumanna z zerowym strumieniem ciepła. Warunek początkowy przyjęto w postaci jednorodnego rozkładu temperatury w całym obszarze w chwili t = 0, co pozwala przeanalizować wpływ niejednorodnej struktury kompozytu na przebieg procesu przewodzenia ciepła w czasie. W przypadku tak sformułowanego zadania przeprowadzono obliczenia w zadanym przedziale czasu, rejestrując ewolucję makrotemperatury, amplitud fluktuacji oraz rekonstruowanego pola temperatury całkowitej. W wyniku zastosowania Metody Różnic Skończonych uzyskano wartości poszukiwanych wielkości w postaci zestawu punktów przypisanych do węzłów siatki obliczeniowej. Rozkład pola temperatury całkowitej pokazano na rysunku 2, a rezultaty otrzymane Metodą Elementów Skończonych w środowisku Abaqus, otrzymane w postaci mapy rozkładu temperatury rysunku 3.

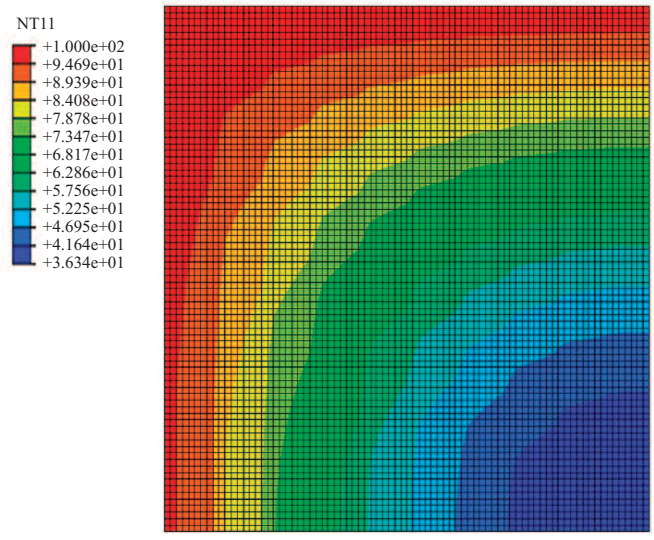


Fig. 3. Temperature field distribution – Finite Element Method

Rys. 3. Rozkład pola temperatury – Metoda Elementów Skończonych

Obie zastosowane procedury obliczeniowe umożliwiają analizę przebiegu temperatury nie tylko w całej objętości kompozytu, lecz także w wybranych przekrojach oraz w zadanych krokach czasu. Porównanie rozkładów pola temperatury przeprowadzono po czasie t = 3600 [s], traktując wyniki uzyskane z wykorzystaniem Metody Elementów Skończonych jako rozwiązanie referencyjne. W przypadku tego samego kroku czasowego wyznaczono odpowiadające im rozkłady temperatury z modelu tolerancyjnego rozwiązanego Metodą Różnic Skończonych, a następnie obliczono różnice względne w poszczególnych punktach analizowanego przekroju. Uzyskane odchylenia nie przekroczyły 5,5% w porównaniu z rezultatem modelu MES, co potwierdza poprawność aproksymacji wprowadzonej przez technikę tole-

correctness of the approximation introduced by the tolerance modelling technique and its usefulness in describing heat-conduction processes in uniperiodic structures. A comparison of the two numerical approaches indicates good agreement between the results concerning both the macrotemperature field and the shape of the isotherms in the cross-section of the analysed partition. Local differences remain within acceptable limits of numerical error, resulting, among other things, from the adopted discretisation and the approximation schemes for derivatives, which allows the tolerance model to be treated as a reliable description of the averaged behaviour of the composite. Thus, tolerance modelling coupled with the Finite Difference Method may be used as an effective tool for the preliminary design of composite thermal barriers, whereas the Finite Element Method provides a precise verification tool, enabling a detailed assessment of temperature distributions at the level of the actual microstructure. Obtaining consistent results from both models reinforces the conclusion that **complex composite structures can be described in engineering practice by means of averaged equations without a significant loss of accuracy at the preliminary design stage**.

Increasing requirements concerning the energy efficiency of buildings and the need to reduce greenhouse-gas emissions mean that solutions enabling precise control of heat flow through building partitions are becoming increasingly important. Composites with a uniperiodic structure fit well into this trend because, owing to local modification of the microstructure, they make it possible to shape the course of isotherms, limit zones of potential cooling, and reduce the risk of thermal bridges. The use of tolerance modelling in combination with the Finite Difference Method makes it possible to move from a conceptual description of the material to specific, numerically verified structural solutions that may be considered in the design of external walls, floors, or inter-zone partitions. From the perspective of the development of this type of materials and computational tools, it may contribute to the creation of lightweight, thin, and at the same time effective thermal barriers, well adapted to the complex operating conditions of contemporary buildings.

Received: 25.05.2026
Revised: 13.07.2026
Published: 21.10.2026

rancyjnego modelowania i jej przydatność w opisie procesów przewodzenia ciepła w strukturach uniperiodycznych. Porównanie obu podejść numerycznych wskazuje na dobrą zgodność wyników zarówno dotyczących pola makrotemperatury, jak i kształtu izoterm w przekroju analizowanej przegrody. Różnice lokalne mieszczą się w akceptowalnych granicach błędu numerycznego, wynikającego m.in. z przyjętej dyskretyzacji oraz schematów aproksymacji pochodnych, co pozwala traktować model tolerancyjny jako wiarygodny opis uśrednionego zachowania kompozytu. Tym samym tolerancyjne modelowanie, sprzężone z Metodą Różnic Skończonych, może być stosowane jako efektywne narzędzie do wstępnego projektowania kompozytowych barier termicznych, natomiast Metoda Elementów Skończonych stanowi precyzyjne narzędzie weryfikacyjne, umożliwiające szczegółową ocenę rozkładów temperatury na poziomie rzeczywistej mikrostruktury. Uzyskanie zgodnych rezultatów z obu modeli wzmacnia wniosek, że **złożone struktury kompozytowe można opisywać w praktyce inżynierskiej za pomocą uśrednionych równań, bez istotnej utraty dokładności na etapie analiz przedprojektowych**.

Zwiększające się wymagania dotyczące efektywności energetycznej budynków oraz konieczność ograniczania emisji gazów cieplarnianych sprawiają, że coraz większego znaczenia nabierają rozwiązania pozwalające precyzyjnie kontrolować przepływ ciepła przez przegrody. Kompozyty o budowie uniperiodycznej dobrze wpisują się w ten trend, ponieważ dzięki lokalnej modyfikacji mikrostruktury umożliwiają kształtowanie przebiegu izoterm, ograniczanie stref potencjalnego wychłodzenia oraz redukcję ryzyka występowania mostków termicznych. Zastosowanie tolerancyjnego modelowania w połączeniu z Metodą Różnic Skończonych pozwala przejść od koncepcyjnego opisu materiału do konkretnych, zweryfikowanych numerycznie rozwiązań konstrukcyjnych, które mogą zostać uwzględnione w projekcie ścian zewnętrznych, stropów czy przegród międzystrefowych. W perspektywie rozwój tego typu materiałów i narzędzi obliczeniowych może przyczynić się do powstawania lekkich, cienkich, a jednocześnie skutecznych barier termicznych, dobrze dostosowanych do złożonych warunków eksploatacji współczesnych obiektów budowlanych.

Artykuł wpłynął do redakcji: 25.05.2026 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 13.07.2026 r.
Opublikowano: 21.10.2026 r.

Literature

[1] Ostrowski P. Tolerance modelling of thermomechanics in microstructured media. Łódź: Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej; 2017.

[2] Tomczyk B, Gołąbczak M, Gołąbczak A. A new combined asymptotic-tolerance model of thermoelasticity problems for thin uniperiodic cylindrical shells. Continuum Mech. Thermodyn. 2024; https://doi.org/10.1007/s00161-023-01254-4.

[3] Domagalski Ł. Free and forced large amplitude vibrations of periodically inhomogeneous slender beams. Arch. Civ. Mech. Eng. 2018; https://doi. org/10.1016/j. acme. 2018.06.005.

[4] Marczak J, Jędrysiak J. The stability analysis of periodic beams interacting with periodic elastic foundation with the use of the tolerance averaging technique. Materials. 2021; https://doi. org/10.3390/ma14205923.

[5] Kubacka E, Ostrowski P. Influence of composite structure on temperature distribution – an analysis using the finite difference method. Materials. 2023; https://doi.org/10.3390/ma16145193.