

dr inż. Jan Gierczak^{1*)}

ORCID: 0000-0003-3219-1844

dr hab. inż. Eugeniusz Hotała, prof. PWR¹⁾

ORCID: 0000-0003-2286-8436

dr inż. Rajmund Ignatowicz¹⁾

ORCID: 0000-0003-3663-0170

dr inż. Krzysztof Marcinczak¹⁾

ORCID: 0000-0002-8789-5243

Failure of the concrete in the boiler house of a coal-fired power station

Awaria stropu w budynku kotłowni w elektrowni na węgiel

DOI: 10.15199/33.2026.09.07

Abstract: This article presents the methodology for assessing the damage and the approach used to determine the forces acting on the slab during the event, taking into account the elastic and plastic response of the structure. The values of the dynamic forces were determined based on the principles of conservation of energy and momentum. In addition to the analytical calculations, numerical simulations were performed using the SOFiSTiK software to verify the obtained results. The final section of the article presents the adopted repair technology for the reinforced concrete slab, through which the boiler room floor structure was restored to its original condition.

Keywords: reinforced concrete structures, failure, reinforced concrete slab cracking

Streszczenie: W artykule omówiono metodologię oceny uszkodzenia oraz sposób wyznaczenia sił oddziałujących na strop w trakcie zdarzenia, z uwzględnieniem sprężystej i plastycznej odpowiedzi konstrukcji. Wartości sił dynamicznych określono na podstawie zasady zachowania energii oraz pędu. Oprócz badań analitycznych wykonano również symulacje numeryczne w programie SOFiSTiK, których celem była weryfikacja otrzymanych wyników. Ponadto przedstawiono przyjętą technologię naprawy, w wyniku której konstrukcja stropu żelbetowego kotłowni została przywrócona do stanu pierwotnego.

Słowa kluczowe: konstrukcje żelbetowe, awaria, pęknięcie stropu żelbetowego

During renovation works, a monolithic reinforced concrete floor slab was damaged. The incident occurred while lifting a steel box-shaped, stiffened component with a mass of $m = 12.5$ t, positioned approximately 10.0 m above the level of the floor slab. As a result of the failure of the lifting sling attachment, the component fell freely onto the floor slab, impacting the area between the supporting beams. The impact resulted in cracking and deformation of the reinforced concrete slab along its perimeter, i.e. along the edges where it was supported on the beams. The extent and nature of the damage are shown in Figure 1.

Based on site inspections, it was established that the entire slab had undergone displacement along three sides of its perimeter at the beam supports. Concrete shear failure and deformation of the reinforcing bars were observed, both of which were visible to the naked eye. The permanent displacements of the damaged floor slab were measured and estimated at approximately 20 mm. Based on the principle of conservation of energy, the impact velocity of the component was estimated using the following equation:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 10,0 m} = 14 \frac{m}{s} \quad (1)$$

It was assumed that the contact between the masses was inelastic, as evidenced by the plastic deformations observed in the displacement zone; i.e. following contact, the two masses began to move together at a common velocity V_1 . Assum-

Podczas prowadzenia prac remontowych uszkodzeniu uległ monolityczny strop żelbetowy. Do zdarzenia doszło w trakcie podnoszenia stalowego elementu w postaci skrzyni uźebrowanej, o masie $m = 12,5$ t, znajdującego się na wysokości ok. 10,0 m nad poziomem stropu. W wyniku zerwania zamocowania zawiesia element spadł swobodnie na płytę stropową, uderzając w jej pole pomiędzy podciągami. Skutkiem uderzenia było pęknięcie i deformacja płyty żelbetowej po obwodzie, tj. wzdłuż krawędzi jej oparcia na podciągach. Zakres i charakter uszkodzeń przedstawiono na rysunku 1.

Na podstawie wizji lokalnych stwierdzono, że cała płyta na trzech krawędziach obwodu przy podciągach doznała przemieszczenia (ścięcie betonu, pręty zbrojeniowe uległy odkształceniu), które było widoczne nieuzbrojonym okiem. Pomierzono i oszacowano przemieszczenia trwale uszkodzonego stropu, które oszacowano na ok. 20 mm. Z zasady zachowania energii oszacowano prędkość elementu przy uderzeniu wg wzoru:

$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9,81 \frac{m}{s^2} \times 10,0 m} = 14 \frac{m}{s} \quad (1)$$

Przyjęto, że sam kontakt mas ma charakter niesprężysty (o czym świadczą odkształcenia plastyczne w strefie przemieszczeń), tj. masy te po zetknięciu się rozpoczynają wspólny ruch z prędkością v_1 . Przy założeniu bardzo krótkiego czasu kontaktu można wyznaczyć prędkość v_1 , stosując zasadę zachowania pędu, z której wynika ($m_0 = 12,5$ t i $m = 17,65$ t ciężar stropu):

$$v_1 = \frac{m}{m + m_0} v = \frac{17,65 t}{17,65 t + 12,5 t} 14 \frac{m}{s} = 8,2 \frac{m}{s} \quad (2)$$

¹⁾ Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

^{*)} Address for correspondence: jan.gierczak@pwr.edu.pl

ing a very short contact duration, the velocity V_1 can be determined using the principle of conservation of momentum, which gives (where $m_0 = 12.5$ t and $m = 17.65$ t is the weight of the floor slab):

$$v_1 = \frac{m}{m + m_0} v = \frac{17,65 \text{ t}}{17,65 \text{ t} + 12,5 \text{ t}} 14 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 8,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (2)$$

During the subsequent common motion of the masses, the floor slab undergoes displacement, with its velocity gradually decreasing to zero when the maximum deflection y_d is reached. At the displacement y_d , the forces acting on the floor slab are in equilibrium, and the mass m_0 and force P_d correspond to the deflection of the floor slab. Applying the work–energy principle to the motion of masses m and m_0 , the following relationship can be written:

$$E_2 = E_1 + L_{12} \quad (3)$$

where:

E_1 and E_2 – the kinetic energy of the system at the initial and final instants of the motion, respectively;

L_{12} – the work performed by the external forces acting on the system during the interval between the initial and final instants.

These quantities were calculated for the motion of the combined masses $m + m_0$, assuming that the initial instant corresponded to the moment of contact between the masses, and the final instant to the point at which the deflection of the floor slab caused by the motion of these masses reached its maximum value, corresponding to a displacement y_d . In the analysed case $E_2 = 0$. On this basis, the dynamic factor K_d can be determined as a function of the masses, the drop height h , and the static deflection of the slab y_{st} caused by the weight of the impacting mass m . It was determined according to Equation [4]:

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1 + \frac{m_0}{m}} \frac{2h}{y_{st}}} \quad (4)$$

For a static deflection of $y_{st} = 10$ mm, the dynamic factor was found to be $K_d = 35.2$. Taking into account the deformability of the falling mass and the permanent plastic deformations of the floor slab, the dynamic factor was reduced to $K_d = 20.8$, assuming a total deformation of 30 mm. Air resistance was neglected in these analyses. The deformation of the element falling onto the slab was neither measured nor taken into account. Therefore, the approach may be regarded as conservative, i.e. on the safe side, as the falling steel element was assumed to be rigid.

An impact that is not perfectly elastic is characterised by a reduction in kinetic en-

W czasie wspólnego ruchu mas strop przemieszcza się tak, że prędkość ruchu maleje i zanika w chwili osiągnięcia maksymalnego ugięcia y_d . Przy przemieszczeniu y_d , siły działające na strop są równe, a masa m_0 i siła P_d odpowiadają ugięciu stropu. Stosując zasadę równości pracy i energii do ruchu mas m i m_0 można zapisać zależność:

$$E_2 = E_1 + L_{12} \quad (3)$$

gdzie:

E_1 i E_2 – energia kinetyczna układu w ruchu w chwili początkowej i końcowej,

L_{12} – praca wykonana przez siły zewnętrzne działające na układ w czasie między chwilą początkową i końcową.

Wielkości te obliczono w przypadku ruchu sumy mas $m + m_0$ przy założeniu, że za chwilę początkową uznano moment zetknięcia się mas, a za końcową – chwilę, w której ugięcie stropu wywołane ruchem tych mas osiąga wartość maksymalną przy przemieszczeniu y_d . W analizowanym przypadku $E_2 = 0$. Na tej podstawie można wyznaczyć współczynnik dynamiczny K_d uzależniony od mas, wysokości spadania elementu h i ugięcia statycznego płyty y_{st} , wywołanego ciężarem m masy uderzającej (statycznej). Wyznaczono go zgodnie ze wzorem (4):

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1 + \frac{m_0}{m}} \frac{2h}{y_{st}}} \quad (4)$$

W przypadku ugięcia $y_{st} = 10$ mm współczynnik dynamiczny wynosi $K_d = 35,2$. Po uwzględnieniu odkształcalności masy upadającej oraz trwałych odkształceń plastycznych stropu współczynnik $K_d = 20,8$ (przy założeniu odkształceń całkowitych 30 mm). W rozważaniach tych nie uwzględniliśmy oporu powietrza. Nie pomierzono oraz nie uwzględniono odkształcenia elementu spadającego na płytę. Można więc uznać, że było to podejście konserwatywne, tj. po stronie bezpiecznej, gdyż założono nieodkształcalność spadającego elementu stalowego. Uderzenie, które nie jest idealnie sprężyste, charakteryzuje się spadkiem energii kinetycznej, zamieniającej się częściowo na inną

formę energii, głównie na energię cieplną. Oszacowana siła dynamiczna na poziomie powyżej 2600 kN jest większa niż obciążenia projektowe, a nośność płyty stropowej jest zdecydowanie za mała. Przy takim obciążeniu dochodzi do ścięcia betonu płyty i odkształcenia zbrojenia, ponieważ nie ma ona już zdolności do przeniesienia takich obciążeń ścinających wywołanych upadkiem elementu.

Wzór na współczynnik dynamiczny K_d należy dodatkowo zweryfikować, ponieważ masa uderzanego ciała sprężystego jest porównywalna z masą uderzającą. Pomijanie jej wpływu

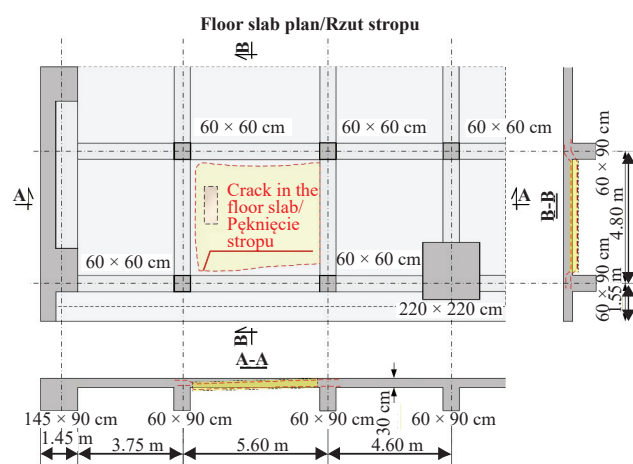


Fig. 1. The damaged slab (the red color indicates the shear failure zone of the slab)

Rys. 1. Uszkodzony strop (kolorem czerwonym pokazano miejsce ścięcia płyty)

ergy, which is partially converted into other forms of energy, primarily thermal energy. The estimated dynamic impact force, exceeding 2600 kN, is greater than the design loads, while the load-bearing capacity of the floor slab is clearly insufficient. Under such loading, shear failure of the concrete slab and deformation of the reinforcement occur, as the slab no longer has sufficient capacity to resist the shear forces generated by the impact of the falling element.

The equation for the dynamic K_d factor requires further verification because the mass of the impacted elastic body is comparable to that of the impacting body. Neglecting its effect leads to an overestimation of the dynamic factor K_d .

During the initial stage of the impact, the impacting body attains the same velocity v_1 as the floor slab. If the mass of the elastic system is m_0 , its mass cannot be directly substituted for m_0 in the equation used to determine v_1 , because, owing to the support conditions of the elastic body, its individual points move at different velocities, which decrease as the supports and beams are approached.

This problem was addressed by Cox [1] as early as 1849. He replaced m_0 with a fraction of the mass of the elastic body $\beta \times m_s$, where β is the reduction factor for the mass of the elastic body referred to the point of impact. The coefficient β should be selected such that, after multiplication by $v_1^2/2$, the mass $\beta \times m_s$ corresponds to the kinetic energy of the body at the instant when the impacted point reaches the velocity v_1 . Denoting by v_x the velocity of a differential mass element dm_s of the floor slab at the instant of impact, the condition imposed on the coefficient β can be expressed as follows:

$$\beta m_s \frac{v_1^2}{2} = \int \frac{v_x^2 dm_s}{2} \quad (5)$$

Substituting the relevant values and carrying out the calculations gives:

$$m_s = \frac{Q_s}{g}, \beta = \frac{\int v_x^2 dQ_s}{v_1^2 Q_s} \quad (6)$$

The expression for the dynamic factor K_d is given by:

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1 + \beta \frac{m_0}{m}} \frac{2h}{y_{st}}} \quad (7)$$

The dynamic factor K_d for a simply supported square slab subjected to impact over its entire surface is 24.8 for the determined value of $\beta = 0.25$. In the analysed case, the slab was fixed at its supports and subjected to a line load resulting from the impact of the edge of the steel box approximately 1.5 m from the support. In the expressions presented above, the permanent displacement of the floor slab should be added, and both the elastic and plastic deformations of the falling mass should be taken into account. An important issue is the identification of the structural system and the location of the impact, as these factors affect the value of the final coefficient β . Solutions for slab deflections under various structural configurations and loading conditions have been presented, among others, in [2÷4], which makes it possible to determine the coefficient β .

proceeds to a higher value of the coefficient K_d . In the first stage of impact the body striking the slab reaches a value v_1 as the slab. In the case, when the mass of the elastic system is m_0 , to determine v_1 for the calculation, it is not possible to directly substitute the mass m_s in the place of m_0 , because, due to the support conditions of the elastic body, its individual points move at different velocities, which decrease as the supports and beams are approached. The problem was solved by Cox [1] as early as 1849. He replaced m_0 with a fraction of the mass of the elastic body $\beta \times m_s$, where β is the reduction factor for the mass of the elastic body referred to the point of impact. The coefficient β should be selected such that, after multiplication by $v_1^2/2$, the mass $\beta \times m_s$ corresponds to the kinetic energy of the body at the instant when the impacted point reaches the velocity v_1 . Denoting by v_x the velocity of a differential mass element dm_s of the floor slab at the instant of impact, the condition imposed on the coefficient β can be expressed as follows:

$$\beta m_s \frac{v_1^2}{2} = \int \frac{v_x^2 dm_s}{2} \quad (5)$$

Po podstawieniu i wykonaniu obliczeń otrzymano:

$$m_s = \frac{Q_s}{g}, \beta = \frac{\int v_x^2 dQ_s}{v_1^2 Q_s} \quad (6)$$

Wyrażenie na współczynnik dynamiczny K_d ma postać:

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1 + \beta \frac{m_0}{m}} \frac{2h}{y_{st}}} \quad (7)$$

Współczynnik K_d płyty kwadratowej swobodnie podpartej uderzonej na całej powierzchni wynosi 24,8 przy wyznaczonym $\beta = 0,25$. W analizowanym przypadku płyta była utwierdzona i obciążona liniowo (uderzenie krawędzią kosza) ok. 1,5 m od podpory. W przytoczonych wyrażeniach należałoby dodać przemieszczenia trwałe stropu oraz uwzględnić odkształcenia sprężyste i plastyczne masy spadającej. Istotną sprawą jest identyfikacja schematu statycznego układu i miejsca uderzenia masy spadającej, ponieważ ma to wpływ na wartość współczynnika końcowego β . Rozwiązania ugięć płyt, przy różnych schematach statycznych i obciążeniach, pokazano m.in. w pracach [2÷4], a to umożliwia ustalić współczynnik β . Do celów praktycznych autorzy w przedstawionych obliczeniach poczynili pewne uproszczenie i sumowali przemieszczenia sprężyste z przemieszczeniami plastycznymi.

Uwzględnieniem odkształceń plastycznych elementów konstrukcyjnych przy wyznaczeniu współczynnika dynamicznego zajmowało się wiele osób, m.in. autorzy publikacji [2÷10], którzy przedstawili rozwiązania w przypadku płyt pod obciążeniem udarowym z uwzględnieniem odkształceń plastycznych. Rozwiązanie ściśle można uzyskać przez wykorzystanie MES do numerycznego rozwiązania zagadnienia analizy układu podlegającego odkształceniom nieliniowym oraz deformacjom plastycznym. Ważnym zagadnieniem jest także uwzględnienie zmiany modułu Younga betonu E przed i po zarysowaniu, gdyż sztywność giętna płyty zmniejsza się około 2,5 razy, co wpływa na zwiększenie przemieszczeń płyty podczas uderzenia. Przy zwiększeniu ugięć współczynnik dynamiczny K_d maleje.

For practical purposes, the authors have adopted a certain simplification in the calculations presented herein, namely, by summing the elastic and plastic displacements.

The consideration of plastic deformations of structural elements in the determination of the dynamic factor has been addressed by numerous researchers, including the authors of [2÷10], who presented solutions for slabs subjected to impact loading with allowance for plastic deformations. An exact solution can be obtained by employing the finite element method (FEM) for the numerical analysis of a structural system undergoing nonlinear deformation and plastic deformation. Another important issue is the consideration of the change in the Young's modulus of concrete, E , before and after cracking, since the flexural stiffness of the slab decreases by approximately a factor of 2.5, which results in increased slab displacements during impact. As the deflection increases, the dynamic factor K_d decreases.

Repair Method for the Reinforced Concrete Slab

The reinforced concrete monolithic floor slab under consideration is 300 mm thick and is supported on a grid of reinforced concrete columns, on which reinforced concrete beams are supported. The beams directly adjacent to the damaged floor slab span have dimensions of $b \times h = 600 \text{ mm} \times 900 \text{ mm}$. The floor slab was designed using C30/37 concrete and reinforced with A-III BSt500S/RB500W grade steel.

The reinforced concrete slab analysed was reinforced with two layers of reinforcement, at the top and bottom, consisting of bars spaced at 250 mm centres. The reinforced concrete beams were capable of carrying the assumed design loads, and their ultimate limit state capacity was not exceeded. Detailed visual inspections and geodetic surveys confirmed the conclusions drawn from the calculations. The beams did not undergo any permanent deformation and exhibited no cracking (Photograph 1).

Accordingly, it was decided to repair only the damaged reinforced concrete slab. During the repair works, the adjacent slabs and beams were temporarily propped (Figure 2). It was also decided to retain the existing reinforcement of the reinforced concrete slab. For

Sposób naprawy płyty żelbetowej

Rozpatrywany żelbetowy monolityczny strop grubości 300 mm oparty jest na siatce słupów żelbetowych, na których spoczywają podciąg żelbetowe. Podciąg, które bezpośrednio przylegają do uszkodzonego przęsła stropowego mają wymiary $b \times h = 600 \text{ mm} \times 900 \text{ mm}$. Strop został zaprojektowany z betonu C30/37 i zbrojony stalą A-III BSt500S/RB500W.

Analizowana płyta żelbetowa była zbrojona układem dwóch siatek, tj. dołem i góra, prętami w rozstawie co 250 mm. Podciąg żelbetowe przenosiły założone obciążenia i nie przekroczonego stanu nośności. Dokładne oględziny i pomiary geodezyjne potwierdziły wnioski z wykonanych obliczeń. Podciąg nie uległy trwałym odkształceniom oraz nie były zarysowane (fotografia 1).

W związku z tym, podjęto decyzję o naprawie tylko uszkodzonej płyty żelbetowej. Na czas remontu podparto sąsiednie płyty oraz podciąg (rysunek 2). Zdecydowano również o zachowaniu zbrojenia płyty żelbetowej. W tym celu usunięto tylko beton, pozostawiając zbrojenie płyty. Na fotografii 2 widać siatkę górną zbrojenia. Zbrojenie główne nie było uszkodzone, jedynie uległo trwałym plastycznym deformacjom w miejscu przemieszczenia się płyt (przy ścięciu płyty). Deformacje te były pionowe i nie przekraczały 20 mm. Dotyczyło to siedmiu prętów o średnicy 25 mm. Pręty te doprowadzono do ich pierwotnego położenia i kształtu. Dodatkowo dodano zbrojenie w celu zwiększenia nośności płyty żelbetowej. Takie podejście do remontu pozwalało zachować założenia projektowe całego stropu. Po oczyszczeniu i usunięciu uszkodzonej płyty wykonano szalunek pomiędzy podciągami. Następnie ułożono beton C30/37, a po czterech tygodniach usunięto wszystkie podparcia.

Analiza komputerowa rozpatrywanego układu podczas uderzenia

W celu odwzorowania sytuacji uderzenia masy 12,5 t o konstrukcję stropu na poziomie $\pm 0,00 \text{ m}$ w budynku kotłowni stworzono model numeryczny fragmentu konstrukcji, odwzorowując płytę stropową, belki



Photo 1. Girder in the support zone
Fot. 1. Podciąg w strefie podparcia

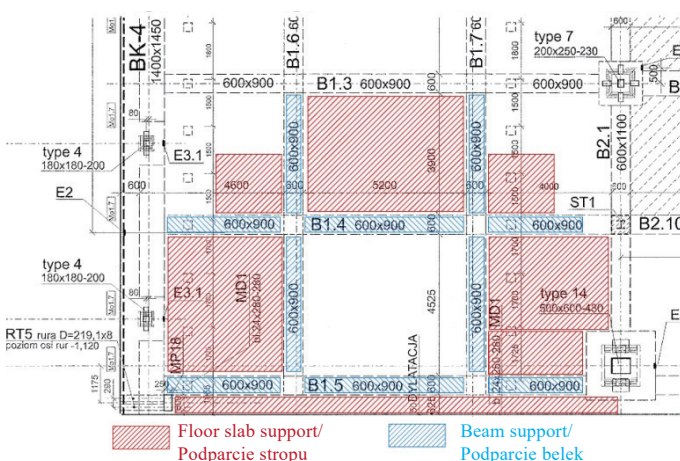


Fig. 2. Temporary slab support during the repair process
Rys. 2. Podparcie tymczasowe stropu na czas prowadzenia naprawy

this purpose, only the damaged concrete was removed, leaving the slab reinforcement in place. Photograph 2 shows the upper reinforcement mesh.

The main reinforcement was not damaged; it had only undergone permanent plastic deformation at the location where the slab had displaced, i.e. at the slab shear zone. These deformations were vertical and did not exceed 20 mm. This concerned seven bars with a diameter of 25 mm. The bars were restored to their original position and shape. Additional reinforcement was also provided to increase the load-bearing capacity of the reinforced concrete slab. This approach to the repair made it possible to retain the original design assumptions for the floor structure as a whole.

After the damaged concrete had been removed and the reinforcement cleaned, formwork was installed between the beams. C30/37 concrete was then placed, and all temporary props were removed after four weeks.

Numerical Analysis of the Structural System during Impact

To reproduce the impact of the 12.5 t mass on the floor structure at the ± 0.00 m level of the boiler house, a numerical model of a representative section of the structure was developed. The model represented the floor slab, reinforced concrete beams, reinforced concrete columns in the underground section, and a section of the retaining wall (Figure 3).

The floor slab was designed and constructed to carry an imposed load of 33.0 kPa. The numerical model of the structure was developed using the SOFiSTiK 2023 system, employing shell and beam finite elements. The existing reinforcement was represented within the shell and beam elements. The reinforcement arrangement adopted in the model was based on the original structural design documentation.

It was assumed that the 300 mm thick floor slab was designed with RB500 W (AIIIN) reinforcement, comprising top and bottom reinforcement meshes of $\varnothing 25$ bars at 250 mm centres. For the reinforced concrete beams (600 mm $\times$ 900 mm), designated 1.2, 1.3, 1.4 and 1.5 (Figure 2), 8 $\varnothing 25$ bars at

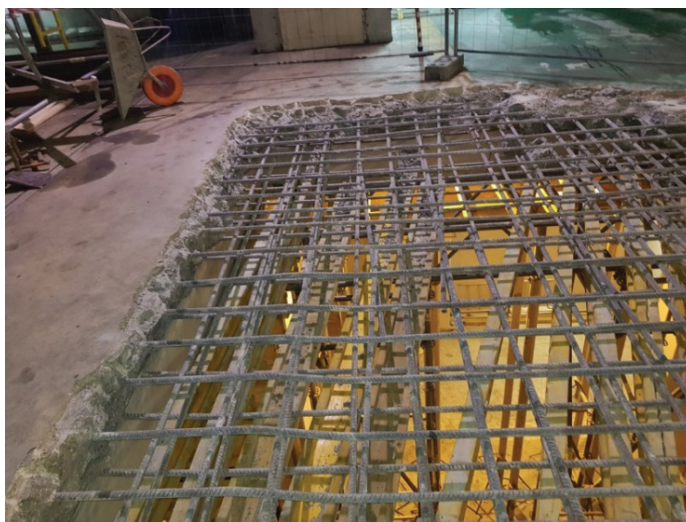


Photo 2. Visible deformations of the top mesh reinforcement bars
Fot. 2. Widoczne deformacje prętów siatki górnej

powej o grubości 30 cm zostało zaprojektowane ze stali RB500 W (AIIIN) w postaci siatki górnej i dolnej z prętów $\varnothing 25$ co 25 cm. W przypadku podciągów (60 cm $\times$ 90 cm) 1.2, 1.3, 1.4, 1.5 (rysunek 2) przyjęto górą 8 $\varnothing 25$ i 6 $\varnothing 25$ dołem, a ponadto zbrojenie na ścinanie wg rysunków projektu budowlanego w postaci strzemion 4 $\varnothing 12$ oraz beton C30/37.

W przypadku tak przygotowanego modelu wyodrębniono obszar kontaktu spadającego ciężaru o masie 12,5 t z górną powierzchnią płyty stropowej. Do analiz przyjęto obciążenie rozłożone na powierzchnię 0,4 m $\times$ 2,0 m. Brak elementu spadającego i brak inwentaryzacji odształceń na elemencie spadającym wymusiły przyjęcie powierzchni kontaktu na podstawie śladów pozostawionych na płycie stropowej (rysunek 4).

Obliczenia przeprowadzono z wykorzystaniem analizy geometrycznej i materiałowo nieliniowej metodą iteracyjną, z aktualizacją macierzy sztywności i stanu naprężeń oraz odształceń kroku poprzedniego. Charakterystyki nieliniowe betonu C30/37 i stali zbrojeniowej AIIIN przyjęto wg PN-EN 1992-1-1 [11]. Obliczenia prowadzono, zwiększając stopniowo wartość obciążenia o 10% w porównaniu z obciążeniem z kroku poprzedniego. Proces obliczeniowy był wykonywany do momentu braku zbieżności procesu numerycznego, przy zadanej dokładności obliczeń. Brak zbieżności procesu numerycznego

odpowiada osiągnięciu stanu plastycznego w zbrojeniu lub wyczerpaniu nośności na ściskanie i ścinanie betonu. Wykonując w ten sposób symulację numeryczną, uzyskano współczynnik przeciężenia dynamicznego w granicach 18,3 $\div$ 22,10. Można na tej podstawie wy-

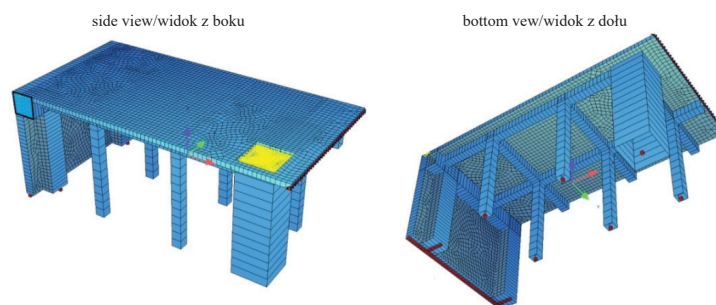


Fig. 3. The numerical model of the floor slab structure
Rys. 3. Model numeryczny konstrukcji stropu

the top and 6 $\varnothing 25$ bars at the bottom were adopted. In addition, shear reinforcement in accordance with the structural design drawings was included, consisting of 4 $\varnothing 12$ stirrups. C30/37 concrete was assumed throughout.

For the model prepared in this manner, the contact area between the falling 12.5 t mass and the upper surface of the floor slab was defined. A load distributed over an area of $0.4 \text{ m} \times 2.0 \text{ m}$ was adopted for the analyses. The absence of the falling component and the lack of a survey of its deformation necessitated the assumption of the contact area based on the impact marks left on the floor slab (Figure 4).

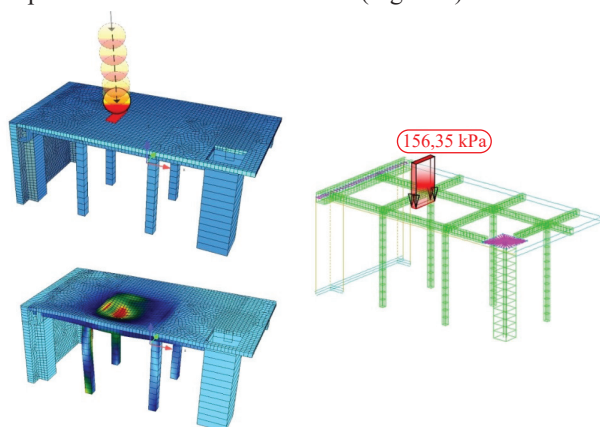


Fig. 4. Scheme sketch of the applied dynamic load
Rys. 4. Schemat przyłożonego obciążenia dynamicznego

The calculations were performed using geometrically and materially nonlinear analysis with an iterative procedure, involving the updating of the stiffness matrix and the stress and strain state from the preceding increment. The nonlinear constitutive characteristics of C30/37 concrete and AIIIIN reinforcing steel were adopted in accordance with PN-EN 1992-1-1 [11]. The calculations were carried out by gradually increasing the load by 10% relative to the load applied in the preceding increment. The computational procedure was continued until numerical convergence was no longer achieved at the specified calculation accuracy. Loss of numerical convergence was assumed to correspond to either the attainment of the plastic state in the reinforcement or exhaustion of the concrete capacity in compression and shear.

Using this numerical simulation procedure, a dynamic overload factor in the range of 18.3–22.10 was obtained. On this basis, it can be concluded that, at the moment of impact, the dynamic load was approximately $\sim 18.3 \times 12.5 \text{ t} = \sim 229 \text{ t}$, resulting in the dissipation of kinetic energy through concrete failure and yielding of the reinforcement along the slab edges adjacent to the reinforced concrete beams. The results obtained are consistent with those obtained using the analytical method (Figures 5 and 6).

Conclusions

The following conclusions were drawn from the numerical and analytical analyses performed:

- Based on information concerning the falling mass, the dynamic factor K_d can be determined with relatively high accuracy, provided that the elastic and plastic deformations of both

snuć wniosek, że w chwili uderzenia obciążenie dynamiczne wynosiło $\sim 18,3 \times 12,5 \text{ t} = \sim 229 \text{ t}$, co doprowadziło do rozprószenia energii kinetycznej przez zniszczenie betonu i uplastycznienie zbrojenia przy krawędzi z podciągami żelbetowymi. Otrzymane wyniki są zbieżne z wynikami uzyskanymi metodą analityczną (rysunki 5 i 6).

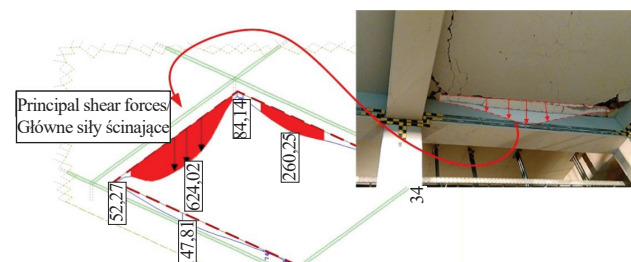


Fig. 5. Internal edges of the damaged floor slab
Rys. 5. Krawędzie wewnętrzne uszkodzonej płyty stropowej

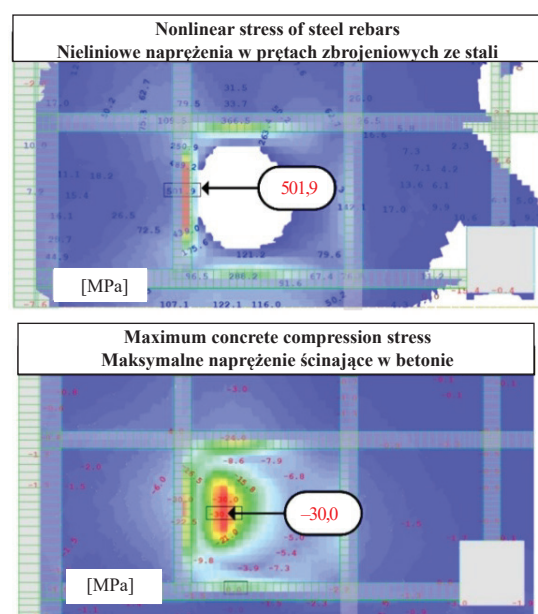


Fig. 6. Marked areas exceeding the shear capacity, $V_{Rd,c} = 176.81 \text{ kN/m}$
Rys. 6. Oznaczenie miejsc przekroczenia nośności na ścinanie, $V_{Rd,c} = 176,81 \text{ kN/m}$

Wnioski

Wnioski z przeprowadzonych analiz numerycznych oraz badań analitycznych:

- na podstawie informacji dotyczących upadania masy można wyznaczyć współczynnik dynamiczny K_d z dość dużą dokładnością pod warunkiem uwzględnienia odkształceń sprężystych i plastycznych masy upadającej oraz konstrukcji metodą analityczną i przy użyciu programów obliczeniowych opartych na MES;

- podstawową czynnością przy wystąpieniu zdarzenia jest dokładne określenie nie tylko masy i wysokości, z jakiej spadał element, ale także odkształceń trwałych masy spadającej oraz masy uderzonej. Ponadto na określenie współczynnika dynamicznego K_d mają wpływ miejsce uderzenia oraz powierzchnia uderzenia;

the falling mass and the structure are taken into account using analytical methods and numerical analysis software based on the finite element method (FEM).

■ The primary step following such an incident is to accurately determine not only the mass of the falling element and the height from which it fell, but also the permanent deformations of both the falling mass and the impacted structure. In addition, the value of the dynamic factor K_d is affected by the location and contact area of the impact.

■ The determination of the reduction factor β for the mass of the elastic body has a significant influence on the value of the dynamic factor K_d . An accurate definition of the deflection function of the structural element, consistent with the structural configuration and with the location and area of the load applied by the falling mass, enables the dynamic factor K_d to be determined accurately.

Photo: authors

*Received: 09.03.2026
Revised: 06.05.2026
Published: 23.09.2026*

■ określenie współczynnika redukcji masy ciała sprężystego β ma duży wpływ na określenie współczynnika K_d . Właściwe określenie funkcji ugięcia elementu, adekwatne do schematu statycznego i miejsca oraz powierzchni obciążenia spadającą masą, pozwala dokładnie określić współczynnik dynamiczny K_d .

Fot.: autorzy

*Artykuł wpłynął do redakcji: 09.03.2026 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 06.05.2026 r.
Opublikowano: 23.09.2026 r.*

Literatura

- [1] Cox H. On the dynamical deflection and strain of railway girders. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*. Vol. 8. 441–464, 1849
- [2] Goodier JN. Dynamic buckling of rectangular plates in sustained plastic compressive flow, *Engineering plasticity*, Proc. Symp. Plasticity, 1968, Cambr. Univ. Eng. Lab. 183–200.
- [3] Gryboś R. Stateczność konstrukcji pod obciążeniem uderzeniowym. Warszawa-Poznań 1980.
- [4] Gromysz K. Dynamika Budowli. Obliczanie układów prętowych oraz o masach skupionych. PWN. Warszawa 2017.
- [5] Gryboś R. Wyboczenie uderzeniowe elementów konstrukcyjnych, *Rozp. Inż.* 24, 3, 615–628, 1976.
- [6] Leyko J. Mechanika ogólna. Dynamika. Tom 2., PWN. Warszawa 2002.
- [7] Ramsey H, Vaughan H. Dynamic elastic-plastic buckling of rectangular plates in sustained flow, *Quart. Appl. Math.* 28, 4, 473–487, 1971.
- [8] Timoshenko SP, Gooudier JN. Teoria sprężystości. Warszawa. Arkady 1962.
- [9] Timoshenko SP, Woinowsky-Krieger S. Teoria płyt i powłok. Warszawa. Arkady 1962.
- [10] Wierzbicki T. Obliczanie konstrukcji obciążonych dynamicznie. Arkady. Warszawa 1980.
- [11] PN-EN 1992–1–1:2008 – Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu – Część 1–1: Reguły ogólne i reguły dla budynków