Review paper (Artykuł przeglądowy)

dr inż. Bartłomiej Szewczyk[1)*)]
ORCID: 0000-0002-8147-4050
dr hab. inż. Grzegorz Śladowski[1)]
ORCID: 0000-0002-3452-8829
dr inż. Bartłomiej Sroka[1)]
ORCID: 0000-0001-8845-2789

Stochastic decision networks in multicriteria planning of refurbishment works

Sieci stochastyczno-decyzyjne w wielokryterialnym planowaniu robót remontowych

DOI: 10.15199/33.2026.08.07

Abstract. The article presents an approach to planning refurbishment works using stochastic decision networks that account for random and decision-based execution scenarios. Results show the feasibility of multicriteria plan optimization in terms of time, cost, quality, and safety. The model is demonstrated on a foundation refurbishment example, confirming its usefulness and the inclusion of decision-maker preferences and the accepted risk level.

Keywords: stochastic decision networks; planning of refurbishment works; multicriteria optimization; Monte Carlo simulation

Streszczenie. Artykuł przedstawia podejście do planowania robót remontowych z wykorzystaniem sieci stochastyczno-decyzyjnych uwzględniających losowe i decyzyjne scenariusze realizacji prac. Wyniki wskazują na możliwość wielokryterialnej optymalizacji planu pod względem czasu, kosztu, jakości i bezpieczeństwa. Działanie modelu przedstawiono na przykładzie remontu fundamentów, co potwierdza jego przydatność oraz możliwość uwzględniania preferencji decydenta oraz poziomu akceptowanego ryzyka.

Słowa kluczowe: sieci stochastyczno-decyzyjne; planowanie robót remontowych; wielokryterialna optymalizacja; symulacja Monte Carlo

Planning refurbishment works for construction facilities, especially historic buildings, is difficult due to the often limited knowledge of the architectural and structural characteristics of the facility. The multitude of scenarios that may occur during project execution should, already at the planning stage, encourage decision-makers to take foreseeable possibilities into account. Unfortunately, the reactive approach commonly applied in practice results in these projects being poorly planned, and their implementation often generates previously unforeseen problems [1]. In the planning of construction projects, network theory is the most widely used approach. The literature offers many network planning methods, among which the best known are CPM (Critical Path Method) and its probabilistic variant PERT (Program Evaluation and Review Technique). Both have been developed by the authors of publications [2÷5]. However, experience indicates that these methods are not suitable for planning projects with a non-deterministic execution structure. In response to this problem, the literature contains concepts of network-based approaches to planning construction projects with a non-deterministic structure. For example, in [6], the author presents examples of using stochastic models for planning the restoration of historic buildings. In [7], a fuzzy stochastic network was discussed and applied to planning restoration works on a historic retaining wall. In [8, 9], a network model with a fuzzy decision node was proposed for planning construction projects

Planowanie robót remontowych obiektów budowlanych, szczególnie zabytkowych, jest trudne ze względu na często ograniczone rozpoznanie struktury architektonicznej i konstrukcyjnej obiektu. Mnogość scenariuszy, jakie mogą wystąpić w toku realizacji robót, już na etapie planowania przedsięwzięcia powinna skłaniać decydentów do uwzględnienia tych dających się przewidzieć. Niestety stosowane w praktyce reaktywne podejście powoduje, że przedsięwzięcia te są źle zaplanowane, a ich realizacja często generuje nieprzewidziane wcześniej problemy [1]. W przypadku planowania przedsięwzięć budowlanych najbardziej popularne jest wykorzystanie **teorii sieci**. W literaturze można znaleźć wiele metod planowania sieciowego, z których najbardziej znane są metody: **CPM** (Critical Path Method) oraz jej probabilistyczna odmiana **PERT** [Program Evaluation and Review Technique]. Obie były rozwijane przez autorów publikacji [2÷5]. Jednak doświadczenie wskazuje, że wymienione metody nie nadają się do planowania przedsięwzięć o niezdeterminowanej strukturze przebiegu. W odpowiedzi na ten problem w literaturze można doszukać się koncepcji sieciowego podejścia do planowania przedsięwzięć budowlanych o niezdeterminowanej strukturze, np. w [6] autor podaje przykłady użycia modeli stochastycznych do planowania rewaloryzacji obiektów zabytkowych. W [7] omówiono rozmytą sieć stochastyczną, którą wykorzystano do planowania prac rewaloryzacyjnych zabytkowego muru oporowego, a w [8, 9] zaproponowano model sieciowy z rozmytym węzłem decyzyjnym na potrzeby planowania przedsięwzięć budowlanych, które charakteryzują się analizą niepewnych parametrów, zaś w [10] w jednym modelu sieciowym zintegrowano stochastyczno-decyzyjny charakter scenariuszy przebiegu

[1)] Politechnika Krakowska im. Tadeusza Kościuszki, Wydział Inżynierii Lądowej
[*)] Adres do korespondencji: bartlomiej.szewczyk@pk.edu.pl

characterized by the analysis of uncertain parameters. In [10], the stochastic and decision-based nature of project execution scenarios was integrated within a single network model. In [11], an extension of the GERT method incorporating fuzzy logic was proposed. In [12], neutrosophic fuzzy sets were used to model not only uncertain activity durations but also the possibility that information about them may itself be incomplete, ambiguous, or partially contradictory.

However, the aforementioned concepts have certain limitations. First, most of them are based on classical two-point networks and are not implemented in currently available computer software supporting project planning. Second, not all of them account for the stochastic-decision nature of generating possible execution scenarios, including probabilistic modelling of the parameters of individual tasks. Third, the analyses of these networks are limited to only the basic project parameters, namely execution time and cost.

The objective of this paper is to present a network planning method that comprehensively eliminates the above limitations. The proposed method enables the planning of refurbishment works using stochastic decision networks that account for the occurrence of various project execution scenarios, both random and decision-based in nature. The proposed approach allows multi-criteria optimization of the project plan from the perspective of typical criteria such as time, cost, quality, and safety, combining both quantitative and qualitative criteria. The quantitative parameters of individual tasks (time and cost) are modelled as random variables with distributions of a selected type.

Research Method

The presented planning method employs a network model using node notation, where activities are represented as nodes (AoN, Activity on Node), and arrows indicate relationships between them. This is currently the most popular notation method in activity networks. The proposed model includes several types of nodes and arrows to represent different types of tasks and relationships between them (Table 1).

przedsięwzięcia. W [11] zaproponowano rozszerzenie metody GERT o logikę rozmytą. W [12] wykorzystano neutrosoficzne zbiory rozmyte, by modelować nie tylko niepewny czas trwania robót, ale uwzględnić także, że sama informacja o nim może być niepełna, niejednoznaczna lub częściowo sprzeczna.

Wymienione koncepcje mają jednak pewne ograniczenia. Po pierwsze, większość z nich bazuje na klasycznych sieciach dwupunktowych i nie są one implementowane w obecnych programach komputerowych wspomagających planowanie przedsięwzięć. Po drugie, nie wszystkie z nich uwzględniają decyzyjno-stochastyczny charakter generowania możliwych scenariuszy realizacji, w tym probabilistyczne modelowanie parametrów poszczególnych robót. Po trzecie, analizy wymienionych sieci ograniczają się tylko do podstawowych parametrów przedsięwzięcia, jakimi są czas i koszt jego realizacji.

Celem artykułu jest przedstawienie metody planowania sieciowego likwidującej w sposób kompleksowy wymienione ograniczenia. Proponowana metoda będzie umożliwiać planowanie robót remontowych z wykorzystaniem sieci stochastyczno-decyzyjnych, które uwzględniają występowanie różnych scenariuszy realizacji prac, zarówno o charakterze losowym, jak i decyzyjnym. Zaproponowane podejście umożliwi wielokryterialną optymalizację planu przedsięwzięcia z perspektywy typowych kryteriów, takich jak czas, koszt, jakość i bezpieczeństwo, łącząc kryteria o charakterze ilościowym i jakościowym. Parametry ilościowe poszczególnych zadań (czas, koszt) modelowane będą jako zmienne losowe o rozkładach wybranego rodzaju.

Metoda badań

W prezentowanej metodzie planowania stosowany jest **model sieciowy w notacji węzłowej**, gdzie zadania prezentowane są w formie węzłów (AoN – Activity on the Node), a strzałki pokazują zależności między nimi. Jest to obecnie najpopularniejsza metoda notacji w sieciach zadaniowych. W prezentowanym modelu proponuje się kilka rodzajów węzłów i strzałek w celu notacji różnych rodzajów zadań i relacji zachodzących między nimi (tabela 1). Czas i koszt realizacji poszczególnych

Table 1. Notations of task and relation types
Tabela 1. Oznaczenia rodzajów zadań i relacji

Node or arrow type/ Rodzaj węzła lub strzałki		Description/Opis
Task name/ Nazwa zadania	rectangular node/ węzeł prostokątny	regular task/zwykłe zadanie
Task name/ Nazwa zadania	hexagonal node/ węzeł sześciokątny	milestone (zero duration)/punkt kontrolny (zerowy czas trwania)
→	solid arrow/ strzałka ciągła	execution of the successor is deterministic (all successors will occur)/ realizacja następnika ma charakter deterministyczny (wszystkie następniki zaistnieją)
⇢	dotted arrow/ strzałka kropkowa	execution of the successor is stochastic (exactly one successor will occur with a specified probability p)/ realizacja następnika ma charakter stochastyczny (dokładnie jeden następnik zaistnieje z określonym prawdopodobieństwem p)
⇢	dashed arrow/ strzałka kreskowa	execution of the successor is decision-based (exactly one successor will occur based on a decision made)/ realizacja następnika ma charakter decyzyjny (dokładnie jeden następnik zaistnieje na podstawie podjętej decyzji)

The duration and cost of individual tasks are described as random variables. Various commonly used distribution types may be applied. The remaining two task parameters (quality and safety), owing to their qualitative nature, are evaluated using a three-point scale, where a score of 1 indicates the poorest quality and the lowest level of work safety, while a score of 3 represents the highest values of these parameters.

Analysis of the network model makes it possible to identify all feasible solutions, which are combinations of decisions resulting in different project execution scenarios. Additionally, because the execution of some tasks is stochastic in nature, Monte Carlo simulation was applied to each feasible solution in order to determine the probability of reaching a selected terminal node as well as the corresponding expected duration, cost, quality, and safety. Since time and cost criteria are destimulants, whereas quality and safety are stimulants, a metacriterion function combining the four component criteria is established to identify the optimal solution according to Equation (1):

$$F_i = w_t \frac{T_{min}}{T_i} + w_c \frac{C_{min}}{C_i} + w_q \frac{Q_i}{Q_{max}} + w_s \frac{S_i}{S_{max}} \rightarrow max \quad (1)$$

where:

w_t, w_c, w_q, w_s, – weights assigned to the time, cost, quality, and safety criteria, respectively, satisfying the conditions: w_t, w_c, w_q, $w_s \geq 0$ and $w_t + w_c + w_q + w_s = 1$;

T_i, C_i, Q_i, S_i, – expected time, cost, quality, and safety, respectively, for reaching the selected terminal node in the i-th feasible solution;

T_{min}, C_{min}, Q_{max}, S_{max}, – minimum time, minimum cost, maximum quality, and maximum safety, respectively, among all feasible solutions for reaching the selected terminal node.

The presented approach allows the identification of the optimal solution in the context of the adopted criteria and their relative importance. The search for an optimum may be conducted for each terminal node separately while also assuming a minimum acceptable probability of reaching the selected terminal node.

Example Application of the Proposed Method

Figure 1 presents an example network model for the refurbishment of a building's foundations, developed on the basis of [6]. The model accounts for various execution scenarios, some of which are stochastic in nature (e.g., tasks describing the technical condition of the foundations after excavation). The execution of other tasks is associated with decision-making (e.g., selecting the method of foundation strengthening). These tasks were assigned letter designations, which are later used to describe the individual feasible solutions. In the case of stochastic task execution, the probabilities of occurrence of the individual alternatives are given in the nodes. For greater clarity, mutually exclusive alternative tasks are marked with the same colour. The presented network model assumes two possible project outcomes: refurbishment of the

zadań opisywane są jako zmienne losowe. Zastosowane mogą być różne z powszechnie używanych typów rozkładów. Pozostałe dwa parametry zadań (jakość i bezpieczeństwo), z uwagi na jakościowy charakter, oceniane są z wykorzystaniem trójstopniowej skali, gdzie ocena 1 oznacza najgorszą jakość i najniższy poziom bezpieczeństwa prowadzenia prac, a ocena 3 – największą wartość tych parametrów.

Analiza modelu sieciowego pozwala na zidentyfikowanie wszystkich dopuszczalnych rozwiązań, będących kombinacjami decyzji, skutkujących różnymi scenariuszami realizacji przedsięwzięcia. Oprócz tego realizacja części zadań ma charakter losowy, stąd zdecydowano o wykorzystaniu symulacji Monte Carlo w przypadku każdego z rozwiązań dopuszczalnych w celu ustalenia prawdopodobieństwa osiągnięcia wybranego węzła końcowego oraz odpowiadającego mu oczekiwanego czasu, kosztu, jakości i bezpieczeństwa. W związku z tym, że kryteria czasu i kosztu mają **charakter destymulant**, a jakość i bezpieczeństwo **stymulant**, w celu wyboru rozwiązania optymalnego, ustala się funkcję metakryterium łączącą cztery kryteria składowe wg wzoru (1):

$$F_i = w_t \frac{T_{min}}{T_i} + w_c \frac{C_{min}}{C_i} + w_q \frac{Q_i}{Q_{max}} + w_s \frac{S_i}{S_{max}} \rightarrow max \quad (1)$$

gdzie:

w_t, w_c, w_q, w_s, – odpowiednio wagi kryteriów czasu, kosztu, jakości i bezpieczeństwa, dla których spełnione są warunki: w_t, w_c, w_q, $w_s \geq 0$ i $w_t + w_c + w_q + w_s = 1$;

T_i, C_i, Q_i, S_i, – odpowiednio czas, koszt, jakość, bezpieczeństwo oczekiwane osiągnięcia wybranego węzła końcowego dla i-tego rozwiązania dopuszczalnego;

T_{min}, C_{min}, Q_{max}, S_{max}, – odpowiednio minimalny czas oraz koszt, maksymalna jakość, maksymalne bezpieczeństwo oczekiwane osiągnięcia wybranego węzła końcowego spośród wszystkich rozwiązań dopuszczalnych.

Przedstawione podejście pozwala na wskazanie rozwiązania optymalnego w kontekście przyjętych kryteriów i ich istotności. Poszukiwanie optimum może być prowadzone w przypadku każdego z węzłów końcowych, przyjmując także minimalny poziom prawdopodobieństwa osiągnięcia wybranego węzła końcowego.

Przykład z wykorzystaniem proponowanej metody

Na rysunku 1 przedstawiono przykład modelu sieciowego w przypadku remontu fundamentów budynku opracowanego na podstawie [6]. Model uwzględnia różne warianty przebiegu prac, z których część ma charakter losowy (np. zadania opisujące stan techniczny fundamentów po ich odkopaniu). Realizacja innych zadań będzie związana z podjęciem decyzji (np. sposobu wzmocnienia fundamentu). Zadaniom tym zostały nadane oznaczenia literowe, za pomocą których opisane zostaną później poszczególne dopuszczalne rozwiązania. W przypadku stochastycznego charakteru realizacji zadań w węzłach podane zostały wartości prawdopodobieństw zaistnienia poszczególnych alternatyw. W celu większej przejrzystości wzajemnie

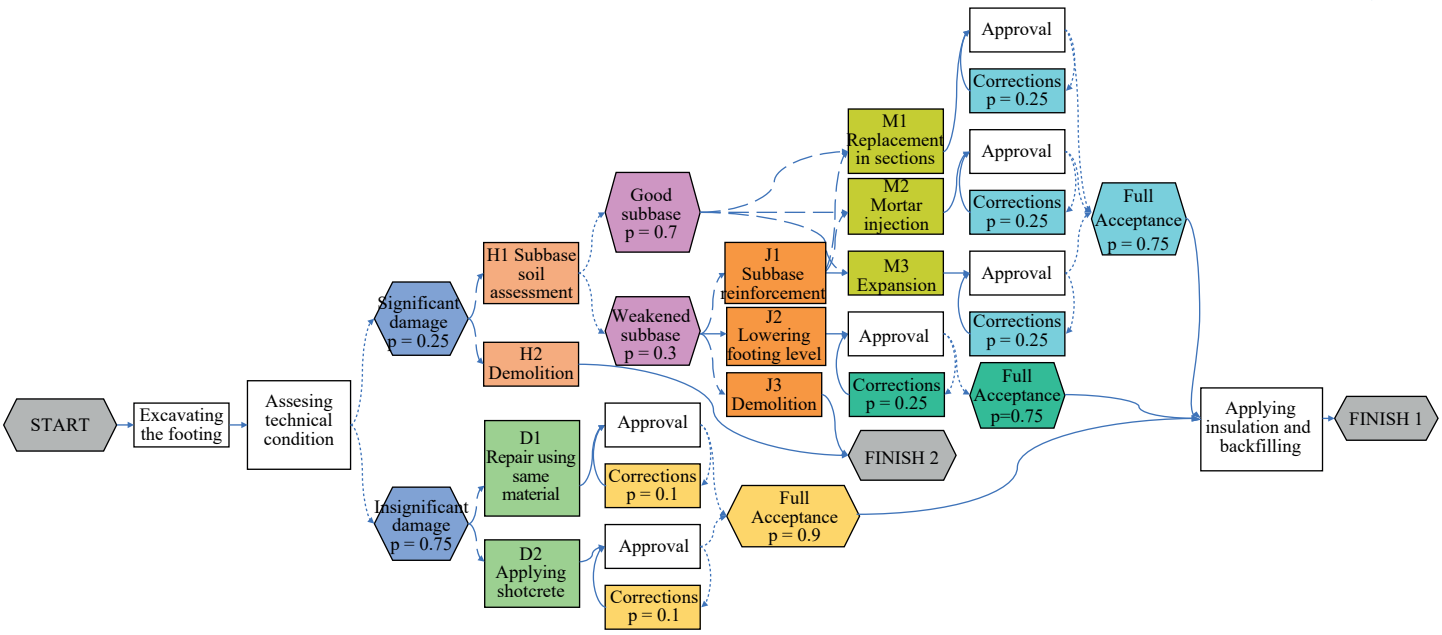

Fig. 1. Stochastic decision network (containing cycles) for the renovation of a building's foundations (p – probability of a given event occurring)

Rys. 1. Sieć stochastyczno-decyzyjna (zawierająca cykle), w przypadku remontu fundamentów budynku (p – prawdopodobieństwo wystąpienia danego zdarzenia)

foundations (FINISH 1) or demolition of the building (FINISH 2). During model analysis, it is possible to determine the probabilities of achieving individual terminal nodes for different feasible solutions.

For each task, parameter values were specified (Table 2). Time and cost were modelled as random variables with triangular distributions (parameters a, m, b denote the minimum, most likely, and maximum values, respectively), while quality and safety were assessed using a three-point scale.

The analysis of the presented model was carried out by exhaustive enumeration of all 20 feasible solutions (Table 3). For each solution, 1000 Monte Carlo simulations were conducted, determining the total project duration and cost, as well as the average quality and safety, while recording which terminal node was reached. On this basis, for each feasible solution, the probabilities of reaching individual terminal nodes and the corresponding expected values of duration, cost, quality, and safety were calculated. A Python application was developed for the calculations.

Results and Analysis

Table 4 summarises the results obtained for individual feasible solutions along with the values of the metacriterion function for terminal node FINISH 1, representing successful foundation refurbishment. Equal weights of 0.25 were assigned to each of the component criteria.

Analysing the results, it can be observed that individual feasible solutions provide different probabilities of reaching the selected terminal node. Assuming that among all feasible solutions we focus on those that allow foundation refurbishment with the highest possible probability, 12 solutions can

wykluczające się zadania alternatywne oznaczone zostały tym samym kolorem. Przedstawiony model sieciowy zakłada dwa sposoby zakończenia przedsięwzięcia: poprzez wykonanie remontu fundamentów (KONIEC 1) lub wyburzenie budynku (KONIEC 2). W trakcie analizy modelu możliwe będzie określenie prawdopodobieństwa realizacji poszczególnych węzłów końcowych w przypadku różnych dopuszczalnych rozwiązań. W przypadku poszczególnych zadań określono wartość parametrów (tabela 2). Czas i koszt zostały opisane jako **zmienne losowe** o rozkładach trójkątnych (parametry a, m, b oznaczają odpowiednio minimum, wartość najczęstszą i maksimum); natomiast jakość i bezpieczeństwo oceniono w trójstopniowej skali.

Analiza przedstawionego modelu została wykonana na podstawie przeglądu wszystkich dwudziestu dopuszczalnych rozwiązań (tabela 3). W przypadku każdego z nich wykonano 1000 symulacji Monte Carlo, wyznaczając całkowity czas i koszt realizacji, a także średnią jakość i bezpieczeństwo oraz rejestrując, który z węzłów końcowych został osiągnięty. Na tej podstawie, w przypadku każdego dopuszczalnego rozwiązania obliczone zostały prawdopodobieństwa osiągnięcia poszczególnych węzłów końcowych oraz odpowiadające im wartości oczekiwanego czasu, kosztu, jakości i bezpieczeństwa. Na potrzeby obliczeń napisana została aplikacja w języku programowania Python.

Wyniki i ich analiza

W tabeli 4 zestawiono wyniki dotyczące poszczególnych dopuszczalnych rozwiązań wraz z wartościami funkcji metakryterium dla węzła końcowego KONIEC 1, oznaczającego wykonanie remontu fundamentów. Przyjęto równe wagi poszczególnych kryteriów cząstkowych wynoszące 0,25.

Table 2. Task parameters related to the time, cost, quality, and safety of their execution (parameters for corrective actions are given in parentheses)
Tabela 2. Parametry zadań dotyczące czasu, kosztu, jakości i bezpieczeństwa ich realizacji (w nawiasach podano parametry dotyczące poprawek)

Name/Zadanie	Duration [days]/ Czas [dni]			Cost [PLN]/Koszt [zł]			Quality/ Jakość	Safety/ Bezpieczeństwo
	a	m	b	a	m	b		
Excavating the footing/Odkrycie fundamentu	1	2	4	800	1000	1400	3	1
Assessing technical condition/ Badanie stanu technicznego	1	2	3	1500	2000	2200	2	3
Repair using the same material/ Uzupełnienie tym samym materiałem	8 (1)	10 (2)	13 (4)	4000 (700)	5000 (1000)	7000 (1400)	2	2
Applying shotcrete Torkretowanie	4 (1)	5 (1)	6 (2)	6500 (1300)	7500 (1500)	9000 (1800)	3	3
Approval/Odbiór	1	1	2	200	300	350		
Subbase soil assessment/ Badanie podłoża gruntowego	2	3	4	1200	1500	2000	2	3
Demolition/Wyburzenie	2	3	4	13000	15000	17000	3	1
Subbase reinforcement/Wzmocnienie podłoża	4	5	7	9000	10000	12000	2	2
Lowering footing level/ Pogłębienie posadowienia	27 (1)	30 (2)	35 (3)	28000 (800)	30000 (1000)	36000 (1300)	3	1
Replacement in sections/ Wymiana odcinkami	18 (3)	21 (4)	25 (5)	28000 (5000)	30000 (6000)	33000 (6500)	3	1
Mortar injection/Cementacja	6 (1)	7 (1)	9 (2)	40000 (8000)	45000 (9000)	52000 (11000)	2	3
Expansion/Poszerzenie	25 (5)	30 (6)	33 (8)	18000 (3700)	20000 (4000)	25000 (5000)	3	2
Applying insulation and backfilling/ Wykonanie izolacji i zasypywanie	3	3	4	4500	5000	5500	3	2

Table 3. The set of possible solutions for the stochastic decision network concerning the refurbishment of a building's foundations
Tabela 3. Zbiór dopuszczalnych rozwiązań dla sieci stochastyczno-decyzyjnej dotyczącej remontu fundamentów budynku

Feasible solution/ Dopuszczalne rozwiązanie		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Binary decision variable indicating whether a given task is executed (value 1) or not executed (value 0)/ Binarna zmienna decyzyjna określająca realizację danego zadania (wartość 1) lub brak jego realizacji (wartość 0)	D1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	D2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	H1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
	H2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
	J1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1
	J2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0
	J3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0
	M1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	M2	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
	M3	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0

be identified that result in reaching terminal node FINISH 1 in 100% of cases. Among them, the most favourable solutions with respect to specific criteria can be identified. The optimal variant in terms of project duration is feasible solution 12 (expected duration of 16 days). This solution assumes that, in the case of minor foundation damage, shotcrete is applied (task D2), whereas in the case of severe damage, a subbase soil assessment is conducted (task H1). When the subbase

Analizując wyniki, można zauważyć, że poszczególne dopuszczalne rozwiązania pozwalają uzyskać różny poziom prawdopodobieństwa osiągnięcia wybranego węzła końcowego. Przyjmując, że spośród wszystkich rozwiązań dopuszczalnych chcemy skupić się na tych, które pozwolą wykonać remont fundamentów z maksymalnym prawdopodobieństwem, można wskazać 12 takich, które w 100% przypadków zakończą się osiągnięciem węzła końcowego KONIEC 1. Wśród nich można zidentyfikować

Table 4. Analysis results for individual feasible solutions (solutions for which the probability of reaching terminal node FINISH 1 equals 1 are highlighted in grey)
Tabela 4. Wyniki analizy dotyczące poszczególnych dopuszczalnych rozwiązań (na szaro zaznaczono rozwiązania o prawdopodobieństwie osiągnięcia węzła KONIEC 1 równym 1)

Feasible solution/ Dopuszczalne rozwiązanie	Results for FINISH 2/ Wyniki w przypadku węzła KONIEC 2					Results for FINISH 1/ Wyniki w przypadku węzła KONIEC 1					
	p_i [–]	T_i [dni]	C_i [zł]	Q_i [–]	S_i [–]	p_i [–]	T_i [dni]	C_i [zł]	Q_i [–]	S_i [–]	F_i [–]
1	0.000					1.000	23.9	21 671	2.52	2.00	0.754
2	0.000					1.000	20.0	26 130	2.47	2.10	0.761
3	0.000					1.000	24.9	18 287	2.52	2.04	0.781
4	0.000					1.000	24.5	21 408	2.53	2.00	0.753
5	0.000					1.000	21.6	23 874	2.49	2.07	0.761
6	0.000					1.000	25.1	18 636	2.52	2.03	0.776
7	0.071	10.3	19 626	2.50	2.00	0.929	22.4	19 137	2.52	2.00	0.785
8	0.076	10.2	19 464	2.50	2.00	0.924	19.7	22 006	2.48	2.07	0.788
9	0.063	10.5	19 630	2.50	2.00	0.937	24.2	17 155	2.52	2.04	0.798
10	0.267	7.4	17 899	2.67	1.67	0.733	19.6	13 659	2.50	2.00	0.877
11	0.000					1.000	19.7	23 333	2.71	2.19	0.811
12	0.000					1.000	16.0	27 361	2.66	2.28	0.838
13	0.000					1.000	22.4	21 206	2.70	2.23	0.809
14	0.000					1.000	19.9	22 301	2.71	2.19	0.818
15	0.000					1.000	17.2	25 830	2.67	2.26	0.829
16	0.000					1.000	21.8	21 059	2.71	2.22	0.814
17	0.066	10.3	19 649	2.50	2.00	0.934	18.1	21 015	2.72	2.20	0.847
18	0.071	10.4	19 473	2.50	2.00	0.929	15.2	23 978	2.68	2.28	0.869
19	0.084	10.3	19 583	2.50	2.00	0.916	20.0	19 302	2.72	2.24	0.846
20	0.236	7.3	18 020	2.67	1.67	0.764	14.2	16 087	2.75	2.25	0.959

exhibits good properties, mortar injection is performed (task M2), while weakened subbase conditions require reinforcement beforehand (task J1). This solution is also optimal in terms of safety (safety score of 2.28), as it avoids works requiring excavation beneath the foundations. For this variant, the highest metacriterion value of 0.838 is achieved. The most favourable solution with respect to expected execution cost is feasible solution 3, involving tasks D1-H1-J1-M3 (expected cost of PLN 18,287). In terms of quality, feasible solution 14, involving tasks D2-H1-J2-M1, is optimal (quality score of 2.71). Similarly, optimal solutions can be identified when assuming a lower minimum probability level for reaching the selected terminal node.

Figure 2 presents histograms of project duration and cost for feasible solution 12 (optimal with respect to duration, safety, and the metacriterion function). Both distributions are unimodal, with a distinct concentration of results within relatively narrow intervals (13–15 days and PLN 14,000-18,000), corresponding to scenarios involving minor foundation damage. In both cases, right-skewed asymmetry (a long right tail) is apparent. The skewness is positive and significantly greater than zero, amounting to 1.35 for duration and 1.14 for cost. This is associated with infrequent project executions characterised by long durations and high costs, namely scenarios involving severe foundation damage requiring subnajkorzystniejsze rozwiązania w odniesieniu do poszczególnych kryteriów. Wariantem optymalnym pod względem czasu trwania jest dopuszczalne rozwiązanie 12 (oczekiwany czas wynosi 16 dni). Jest to rozwiązanie, które zakłada, że w przypadku niewielkich uszkodzeń fundamentu wykonane zostanie torkretowanie (zadanie D2), zaś w przypadku poważnych uszkodzeń – badanie podłoża gruntowego (zadanie H1). Gdy podłoże ma dobre parametry, wykonywana jest cementacja fundamentów (zadanie M2), a gdy jest osłabione, wcześniej należy je jeszcze wzmocnić (zadanie J1). To rozwiązanie jest również optymalne pod względem bezpieczeństwa (ocena bezpieczeństwa równa 2,28), gdyż unika się robót wymagających wybierania gruntu spod fundamentu. W przypadku tego wariantu uzyskiwana jest największa wartość funkcji metakryterium wynosząca 0,838. Najkorzystniejszym rozwiązaniem w odniesieniu do oczekiwanego kosztu realizacji jest dopuszczalne rozwiązanie 3, zakładające wykonanie zadań D1-H1-J1-M3 (oczekiwany koszt wynosi 18 287 zł). W odniesieniu do jakości optymalne jest dopuszczalne rozwiązanie 14, zakładające wykonanie zadań D2-H1-J2-M1 (ocena jakości równa 2,71). Analogicznie identyfikowane mogą być optymalne rozwiązania, przyjmując mniejszy minimalny poziom prawdopodobieństwa osiągnięcia wybranego węzła końcowego. Na rysunku 2 przedstawiono histogramy czasu trwania i kosztu w przypadku dopuszczalnego rozwiązania 12 (optymalnego ze względu na czas trwania, bezpieczeństwo i funkcję metakryterium). Oba rozkłady są

stantial expenditures. Furthermore, duration and cost are very strongly correlated, with the Pearson correlation coefficient equal to 0.92.

Summary and Conclusions

The presented example of a building foundation refurbishment project demonstrates that the proposed planning approach based on stochastic decision networks makes it possible to analyse various execution scenarios resulting from both the random and decision-based nature of individual tasks. Consequently, the analytical capabilities are more comprehensive than those offered by classical stochastic networks. The presented approach also enables the identification of an optimal sequence of planning decisions from the perspective of adopted criteria, depending on the decision-maker's preferences regarding the importance of individual criteria and the acceptable risk level associated with failing to achieve the desired terminal node. A network model using node notation (AoN) was applied, which currently represents a more popular notation method for activity networks than the older arrow notation (AoA, Activity on Arrow). The duration and cost of individual tasks are modelled as random variables with selected probability distributions. In addition, two other important parameters for project execution, particularly refurbishment projects, were incorporated: the quality and safety of the performed works. Therefore, the use of stochastic decision networks constitutes an effective tool for planning refurbishment projects with a non-deterministic execution process, enabling the integration of random factors and planning decisions.

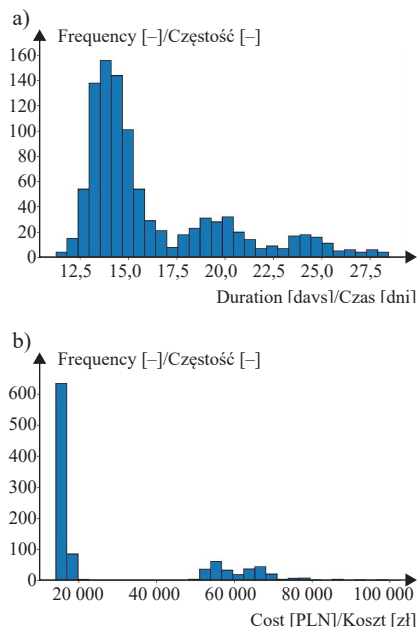

Fig. 2. Duration (a) and cost (b) histograms for feasible solution 12
Rys. 2. Histogramy czasu trwania (a) i kosztu (b) dopuszczalnego rozwiązania 12

jednomodalne z wyraźną koncentracją wyników w stosunkowo wąskich przedziałach (13–15 dni i 14 000–18 000 zł), które odpowiadają scenariuszom z niewielkimi uszkodzeniami fundamentów. W obu przypadkach widoczna jest prawostronna asymetria (długi ogon z prawej strony). Skośność jest dodatnia i wyraźnie większa od zera – w przypadku czasu trwania równa 1,35, a kosztu 1,14. Jest to związane z rzadko pojawiającymi się realizacjami o długim czasie trwania i wysokim koszcie – scenariusze z poważnymi uszkodzeniami fundamentów wymagające dużych nakładów. Ponadto czas i koszt są bardzo silnie skorelowane – współczynnik korelacji Pearsona wynosi 0,92.

Podsumowanie i wnioski

Na przedstawionym przykładzie przedsięwzięcia dotyczącego remontu fundamentów budynku pokazano, że proponowane podejście do planowania wykorzystujące sieci stochastyczno-decyzyjne pozwala analizować różne scenariusze realizacji wynikające zarówno z losowego, jak i decyzyjnego charakteru poszczególnych zadań. Dzięki temu możliwości analizy są pełniejsze niż w przypadku klasycznych sieci stochastycznych.

Zaprezentowane podejście umożliwia również wskazanie optymalnej, z perspektywy przyjętych kryteriów, sekwencji decyzji planistycznych zależnie od preferencji decydenta co do istotności poszczególnych kryteriów, oraz akceptowanego poziomu ryzyka związanego z niezrealizowaniem pożądanego węzła końcowego. Wykorzystano model sieciowy w notacji węzłowej (AoN), który stanowi popularniejszą obecnie metodę notacji sieci zadaniowych w stosunku do starszej notacji łukowej (AoA – Activity on the Arrow). Czas i koszt realizacji poszczególnych zadań modelowany jest jako zmienna losowa o wybranym rozkładzie, a ponadto uwzględniono dwa inne parametry istotne w przypadku realizacji przedsięwzięć (szczególnie remontowych): jakość i bezpieczeństwo wykonywanych robót. Wykorzystanie sieci stochastyczno-decyzyjnych stanowi zatem skuteczne narzędzie do planowania przedsięwzięć remontowych o niedeterministycznym przebiegu, umożliwiając integrację czynników losowych i decyzji planistycznych.

Received: 23.02.2026
Revised: 15.04.2026
Published: 19.08.2026

Artykuł wpłynął do redakcji: 23.02.2026 r.
Otrzymano poprawiony po recenzjach: 15.04.2026 r.
Opublikowano: 19.08.2026 r.

Literature

[1] Śladowski G, Radziszewska-Zielina E. "Description of technological and organisational problems in construction works using the example of restoration of the outer courtyard on Wawel Hill," Technical Transactions (Czasopismo Techniczne), 2014; 111(2-B):117–125.

[2] Lootsma FA. "Stochastic and fuzzy PERT, " Eur. J. Oper. Res., vol. 43, no. 2, pp. 174–183, 1989. https://doi.org/10.1016/0377-2217 (89)90211-7

[3] Lin FT, Yao JS. "Fuzzy critical path method based on signed-distance ranking and statistical confidence-interval estimates, " J. Supercomput., vol. 24, no. 3, pp. 305–325, 2003. https://doi.org/10.1023/A: 1022036931014

[4] Chanas S, Zieliński P. "Critical path analysis in the network with fuzzy activity times, " Fuzzy Sets Syst., vol. 122, no. 2, pp. 195–204, 2001. https://doi.org/10.1016/S0165-0114 (00)00076-2

[5] Hajdu M. "Effects of the application of activity calendars on the distribution of project duration in PERT networks, " Autom. Constr., vol. 35, pp. 397–404, 2013. https://doi.org/10.1016/j.autcon.2013.05.025

[6] Kosecki A. „Stochastyczne modele sieciowe przy planowaniu zadań budowlanych", Zeszyt Naukowy Politechniki Krakowskiej, no. 2, Kraków, 1998.

[7] Radziszewska-Zielina E, Śladowski G, Sibielak M. "Planning the reconstruction of a historical building by using a fuzzy stochastic network, " Autom. Constr., vol. 84, pp. 242–257, 2017. https://doi.org/10.1016/j.autcon.2017.08.003

[8] Ibadov N. "The alternative net model with the fuzzy decision node for the construction projects planning, " Arch. Civ. Eng., vol. 64, no. 2, pp. 3–20, 2018. https://doi.org/10.2478/ace-2018–0013

[9] Ibadov N, Kulejewski J. "Construction projects planning using network model with the fuzzy decision node, " Int. J. Environ. Sci. Technol., vol. 16, no. 8, pp. 4347–4354, 2019. https://doi.org/10.1007/s13762–019–02259-w

[10] Śladowski G, Szewczyk B, Sroka B, Radziszewska-Zielina E. "Using stochastic decision networks to assess costs and completion times of refurbishment work in construction, " Symmetry, vol. 11, no. 3, art. no. 398, 2019. https://doi.org/10.3390/sym11030398

[11] Pregina K, Ramesh Kannan M. „Fuzzy-Graphical Evaluation and Review Technique for Scheduling Construction Projects". KSCE J. Civ. Eng. 2024; 28 (7): 2573–3587. https://doi.org/10.1007/s12205–024–0904-z

[12] Pregina K, Vasugi K, Ramesh Kannan M. „Neutrosophic fuzzy-based graphical evaluation and review technique for construction scheduling for residential buildings". Intell. Decis. Technol. 19 (4). 2025. https://doi.org/10.1177/18724981251333021