

dr hab. inż. Izabela Skrzypczak, prof. PRz¹⁾

ORCID: 0000-0003-0978-3040

dr inż. Wanda Kokoszka^{1*)}

ORCID: 0000-0003-0486-9881

dr inż. Marta Kiernia-Hnat²⁾

ORCID: 0009-0000-6109-2576

mgr inż. Maciej Barć²⁾

ORCID: 0000-0002-5921-4930

Statistical control of ready-mixed concrete production with the use of Shewhart charts

Statystyczne sterowanie kontrolą produkcji betonu towarowego z zastosowaniem kart Shewharta

DOI: 10.15199/33.2025.07.03

Abstract: Traditional quality control of concrete, based on the assessment of strength after 28 days, does not allow for ongoing monitoring of the stability of the production process. The present article proposes the use of Shewhart control charts as a tool for statistical quality control in concrete production. The analysis of C30/37 class concrete has shown that these charts are more sensitive in detecting deviations compared to the classic normative approach. They allow for earlier recognition of trends, and their implementation can significantly reduce the risk of producing concrete that does not meet standard requirements.

Keywords: statistical quality control; compressive strength of concrete; control charts.

Streszczenie: Tradycyjna kontrola jakości betonu, oparta na ocenie wytrzymałości po 28 dniach, nie umożliwia bieżącego monitorowania stabilności procesu produkcyjnego. W artykule zaproponowano zastosowanie kart kontrolnych Shewharta jako narzędzia statystycznej kontroli jakości w produkcji betonu. Przeprowadzona analiza betonu klasy C30/37 wykazała, że karty te charakteryzują się większą czułością w wykrywaniu odchyleń w porównaniu z klasycznym podejściem normowym. Pozwalają na wcześniejsze rozpoznanie trendów, a ich wdrożenie może znacznie ograniczyć ryzyko produkcji betonu niespełniającego wymagań normowych.

Słowa kluczowe: statystyczna kontrola jakości; wytrzymałość betonu na ściskanie; karty kontrolne.

The production of ready-mixed concrete is subject to rigorous quality control at every stage of manufacturing to ensure compliance with technical requirements and construction standards [1÷3]. The control process compressive strength testing, consistency assessment, air content analysis, and effectiveness verification of chemical admixtures, particularly for specialized design requirements. A comprehensive quality assessment system is the foundation for the safety and durability of concrete structures, and is gaining critical importance in light of increasing expectations for the reliability of construction materials [4÷7].

The current concrete quality assessment system, based on testing compressive strength after 28 days of curing in accordance with PN-EN 206 [1], is acceptance-based and does not allow for real-time analysis of production process stability. Despite the operation of Factory Production Control (FPC), there is a lack of effective tools for forecasting and early detection of adverse trends. In this context, Statistical Process Control (SPC) methods are gaining importance, particularly Shewhart control charts, which enable graphical monitoring of quality parameters and rapid identification of deviations from statistical stability. Although widely used in other indus-

Produkcja betonu towarowego podlega rygorystycznemu nadzorowi jakości na każdym etapie wytwarzania, zapewniając zgodność wyrobu z wymaganiami technicznymi i normami budowlanymi [1÷3]. Proces kontroli obejmuje badanie wytrzymałości na ściskanie, ocenę konsystencji, analizę zawartości powietrza oraz weryfikację skuteczności domieszek chemicznych, szczególnie w przypadku specjalistycznych wymagań projektowych. Kompleksowy system oceny jakości stanowi fundament bezpieczeństwa i trwałości konstrukcji betonowych, zyskując kluczowe znaczenie wobec coraz większych oczekiwań dotyczących niezawodności materiałów budowlanych [4÷7].

Obecny system oceny jakości betonu, bazujący na badaniu wytrzymałości po 28 dniach dojrzewania zgodnie z normą PN-EN 206 [1], ma charakter odbiorczy i nie umożliwia bieżącej analizy stabilności procesu produkcyjnego. Mimo funkcjonowania Zakładowej Kontroli Produkcji (ZKP), brakuje efektywnych narzędzi prognozowania i wczesnego wykrywania niekorzystnych trendów. W tym kontekście na znaczeniu zyskują metody statystycznego sterowania procesem SPC (*Statistical Process Control*), szczególnie **karty kontrolne Shewharta**, umożliwiające graficzne monitorowanie parametrów jakościowych i szybką identyfikację odchyleń od stabilności statystycznej. Mimo powszechnego stosowania w innych gałęziach przemysłu, techniki SPC są marginalnie wykorzystywane w branży betonów, chociaż norma PN-EN 206

¹⁾ Politechnika Rzeszowska, Wydział Budownictwa, Inżynierii Środowiska i Architektury

²⁾ Centrum Technologiczne Budownictwa, Instytut Badań i Certyfikacji

^{*)} Correspondence address: wandak@prz.edu.pl

tries, SPC techniques are marginally applied in the concrete industry, even though PN-EN 206 [1] permits their use under control method “C”. The paper evaluates the applicability of non-standard Shewhart control charts, compliant with the requirements of the PN-ISO 8258+AC1 standard [2], in monitoring the quality of C30/37 class concrete. The analysis covers compressive strength results from both initial and continuous production stages, which were compared against the classic normative approach. Practical possibilities were indicated for implementing SPC tools in the quality control system of ready-mixed concrete.

Research methodology

The conducted study employed statistical process control methods, focusing on variability analysis using Shewhart control charts. The analyses were performed in accordance with the normative requirements specified in PN-EN 206:2021 [1] and PN-ISO 8258+AC1:1996 [2], taking into account both mean values and standard deviations from individual samples. Samples of size $n = 3$ (initial production) and $n = 15$ (continuous production) were analysed, which allowed for a comparison of control tool sensitivity under different operational conditions. For each sample, mean values and standard deviations were calculated, and then, following normative procedures, $\bar{x}$ -S type control charts were constructed. In the first stage, sample means ($\bar{x}$) and standard deviations (S) were calculated using classic descriptive statistics formulas. Subsequently, overall series averages – mean of means ($\bar{\bar{x}}$) and mean standard deviation (S) – were determined. These values served as the basis for designing control lines.

Two normative approaches were used to define control limits. In the simplified approach, compliant with PN-EN 206:2021 [1], limits were set as ± 3 standard deviations from the mean. The amendment of this standard in relation to the 2014 version brought significant practical benefits, including the formal acceptance of control charts as a conformity assessment method (method “C”), the inclusion of rolling results, and an increased interpretative flexibility. However, this approach does not account for internal process variability, limiting its diagnostic capability in the case of minor deviations. Much broader capabilities are offered by PN-ISO 8258+AC1 [2], which allows for a full assessment of process stability in terms of both mean values and standard deviations. In this case, control limits for mean charts are determined using the A_3 coefficient, whereas control limits for standard deviation charts are determined using B_3 and B_4 coefficients. This approach allows for a precise detection of trends and warning signals even with well-controlled production. The final stage involved plotting the control charts and their interpretation. Graphical analysis allowed for process evaluation, identification of potential deviations, and verification of production stability. The application of the SPC method enabled the detection of variability and trends that might have not been identified using the classic acceptance approach. Table 1 presents a synthetic comparison of both normative approaches.

[1] dopuszcza ich stosowanie w ramach metody kontroli „C”. W artykule oceniano przydatność niestandardowych kart kontrolnych Shewharta, zgodnych z wymaganiami normy PN-ISO 8258+AC1 [2], w monitorowaniu jakości betonu klasy C30/37. Analizie poddano wyniki wytrzymałości na ściskanie z fazy produkcji początkowej i ciągłej, porównując je z klasycznym podejściem normowym oraz wskazując praktyczne możliwości implementacji narzędzi SPC w systemie kontroli jakości betonu towarowego.

Zastosowana metoda badań

W przeprowadzonych badaniach wykorzystano metody statystycznego sterowania procesem, koncentrując się na analizie zmienności przy użyciu kart kontrolnych Shewharta. Analizy wykonano zgodnie z wymaganiami normatywnymi zawartymi w PN-EN 206:2021 [1] oraz PN-ISO 8258+AC1:1996 [2], uwzględniając zarówno wartości średnie, jak i odchylenia standardowe z poszczególnych prób. Analizie poddano próbki o liczebności $n = 3$ (produkcja początkowa) oraz $n = 15$ (produkcja ciągła), co umożliwiło porównanie czułości narzędzi kontrolnych w różnych warunkach operacyjnych. W przypadku każdej próbki wyznaczano wartości średnie oraz odchylenia standardowe, a następnie, zgodnie z procedurami normatywnymi, konstruowano karty typu $\bar{x}$ -S. W pierwszym etapie obliczono wartości średnie ($\bar{x}$) i odchylenia standardowe (S) zgodnie z klasycznymi wzorami statystyki opisowej. Następnie wyznaczono średnie wartości zbiorcze całej serii: średnią średnich ($\bar{\bar{x}}$) oraz średnie odchylenie standardowe (S). Dane te stanowiły podstawę do wyznaczenia linii kontrolnych.

Zastosowano dwa podejścia normatywne do określenia granic kontrolnych. W podejściu uproszczonym, zgodnym z PN-EN 206:2021 [1], granice określano jako ± 3 odchylenia standardowe od średniej. Nowelizacja tej normy w stosunku do wersji z 2014 r. przyniosła istotne korzyści praktyczne, m.in. przez dopuszczenie kart kontrolnych jako formalnej metody oceny zgodności (metoda „C”), uwzględnienie danych nakładających się (*rolling results*) oraz zwiększenie elastyczności interpretacyjnej. Mimo to podejście to nie uwzględnia zmienności wewnętrznej procesu, co ogranicza jego diagnostyczność w przypadku niewielkich odchyleń. Znacznie szersze możliwości oferuje PN-ISO 8258+AC1 [2], która pozwala na pełną ocenę stabilności procesu zarówno w zakresie wartości średnich, jak i odchyleń standardowych. W tym przypadku granice kontrolne wykresów średnich wyznacza się z użyciem współczynnika A_3 , a wykresów odchyleń z wykorzystaniem współczynników B_3 i B_4 , co umożliwia precyzyjne wykrywanie trendów i sygnałów ostrzegawczych nawet przy dobrze kontrolowanej produkcji. Końcowym etapem było wykreślenie kart kontrolnych i ich interpretacja. Analiza graficzna pozwoliła na ocenę przebiegu procesu, identyfikację potencjalnych odchyleń oraz weryfikację stabilności produkcji. Dzięki zastosowaniu metody SPC możliwe było wykrycie zmienności oraz trendów, które mogłyby nie zostać zidentyfikowane w ramach klasycznego podejścia odbiorczego. W tabeli 1 przedstawiono syntetyczne porównanie obu podejść normatywnych.

Table 1. Comparison of normative approaches

Tabela 1. Porównanie podejścia normatywnego

Aspect/Aspekt	PN-EN 206:2021[1]	PN-ISO 8258+AC1:1996 [2]
Graph type/ Rodzaj wykresu	Mean value graph only/ tylko wykres wartości średnich	Mean value and standard deviation graph/ wykres wartości średnich i odchyłeń standardowych
Control lines/ Linie kontrolne	$\pm 2s$ (warning)/ $\pm 2s$ (ostrzeżenie), $\pm 3s$ (control)/ $\pm 3s$ (kontrola)	Lines based on tabular coefficients A_3, B_3, B_4 / linie bazujące na współczynnikach A_3, B_3, B_4 z tabeli
Minimum standard deviation/ Minimalne odchylenie standardowe	$\geq 3,0 \text{ N/mm}^2$	No minimum requirement/ brak warunku minimalnego
Data type/ Typ danych	Most often non-overlapping results/ najczęściej wyniki nienakładające się	Possibility of using overlapping results/ możliwość użycia wyników nakładających się
Conformity verification/ Weryfikacja zgodności	Sample mean $< L_1$ (lower limit)/ wartość średnia próby $< L_1$ (granica dolna)	Process stability based on $\bar{x}$ -S chart/ stabilność procesu na podstawie wykresu $\bar{x}$ -S
Norm basis for the method/ Norma dopuszczająca metodę	Method "C"/ metoda „C”	Normative SPC chart (full recommendations)/ normatywna karta SPC (pełne zalecenia)

Analysis results

The analysis was carried out on the C30/37 concrete compressive strength after 28 days of curing, with a distinction into initial and continuous production phases. For each series, Shewhart $\bar{x}$ -S control charts were applied, with control limits determined according to PN-EN 206:2021 [1] and PN-ISO 8258+AC1 [2]. Special emphasis was placed on comparing the simplified approach ($\pm 3S$) with the comprehensive SPC approach, which takes into consideration both mean values and standard deviations.

Initial production – non-overlapping data ($n = 3, N = 35$). Shewhart control charts of the $\bar{x}$ -S type were developed using data from samples consisting of three independent measurements ($n = 3$). The mean value assumed in accordance with the recommendations of standards [1, 3] amounted to $f_{cm} = 45.00 \text{ MPa}$, and the standard deviation amounted to $S = 3.00 \text{ MPa}$. The control limits, as defined by PN-EN 206:2021, were determined using the classic approach as $LCL = 36.00 \text{ MPa}$ and $UCL = 54.00 \text{ MPa}$. Applying the approach specified in the PN-ISO 8258+AC1 standard, using the coefficient $A_3 = 1.954$ (with $n = 3$), a narrower control range was obtained: $LCL = 39.14 \text{ MPa}$, $UCL = 50.86 \text{ MPa}$.

As shown in Figure 1a, the process does not meet the stability condition under either method. Point no. 13 exceeded the upper control limit of PN-ISO 8258+AC1 [2] ($UCL = 50.86 \text{ MPa}$), and point no. 12 nearly reached it. Although the mean values of the remaining samples fall within the PN-EN 206 control limits, several of them alarmingly approach the LCL control line. This distribution may indicate a tendency toward instability, despite the lack of overt exceedance in the simplified approach. The ISO method's advantage lies in its higher sensitivity, which allows to detect slight disturbances earlier than the classic $\pm 3S$ limits. The standard deviation values for some of the samples (Figure 1b), especially samples 12–14, exceed the upper control limit $UCL = 7.70 \text{ MPa}$ determined according to PN-ISO 8258+AC1 [2] with $B_4 = 2.568$. This indicates a clear disruption in sample homogeneity; internal variability is increasing, which may signal irregularities in mixing, dosing, or environmental conditions. The impossibility to determine S-chart limits under PN-EN 206 [1] is a limitation of this standard, as mean value analysis alone may not reveal problems that standard de-

Wyniki przeprowadzonych analiz

Analizie poddano wytrzymałość na ściskanie po 28 dniach dojrzewania betonu klasy C30/37, z podziałem na produkcję początkową i ciągłą. W przypadku każdej serii zastosowano karty kontrolne Shewharta typu $\bar{x}$ -S, wyznaczając granice kontrolne zgodnie z zaleceniami PN-EN 206:2021 [1] oraz PN-ISO 8258+AC1 [2]. Szczególny nacisk położono na porównanie podejścia uproszczonego ($\pm 3S$) z podejściem pełnym SPC, uwzględniającym zarówno wartości średnie, jak i odchylenia standardowe.

Produkcja początkowa – wyniki nienakładające się ($n = 3, N = 35$). Opracowano karty kontrolne Shewharta typu $\bar{x}$ -S, wykorzystując dane z prób, z których każda składała się z trzech niezależnych pomiarów ($n = 3$). Przyjęta zgodnie z zaleceniami norm [1, 3], wartość średnia wynosiła $f_{cm} = 45,00 \text{ MPa}$, a odchylenie standardowe $S = 3,00 \text{ MPa}$. Granice kontrolne wg PN-EN 206:2021 wyznaczono klasycznie jako $LCL = 36,00 \text{ MPa}$ i $UCL = 54,00 \text{ MPa}$. W podejściu wg normy PN-ISO 8258+AC1, z zastosowaniem współczynnika $A_3 = 1,954$ (w przypadku $n = 3$), uzyskano węższy zakres: $LCL = 39,14 \text{ MPa}$, $UCL = 50,86 \text{ MPa}$.

Jak pokazano na rysunku 1a, proces nie spełnia warunku stabilności wg obu metod. Jeden z punktów (nr 13) przekroczył górną granicę kontrolną PN-ISO 8258+AC1 [2] ($UCL = 50,86 \text{ MPa}$), a wcześniejszy (nr 12) niemal ją osiągnął. Wartości średnich pozostałych próbek, mimo że mieszczą się w granicach kontrolnych PN-EN 206, w kilku przypadkach zbliżają się niebezpiecznie do linii kontrolnej LCL. Taki rozkład może wskazywać na tendencję do niestabilności, mimo braku jawnego przekroczenia w podejściu uproszczonym. Zaletą podejścia ISO jest większa czułość, wykrywa ono subtelne zakłócenia wcześniej niż granice klasyczne (± 3 odchylenia standardowe). Wartości odchyłeń niektórych próbek (rysunek 1b), zwłaszcza prób nr 12–14, przekraczają górną granicę $UCL = 7,70 \text{ MPa}$ wyznaczoną wg PN-ISO 8258+AC1 [2] przy $B_4 = 2,568$. Wskazuje to na wyraźne rozregulowanie procesu w zakresie jednorodności prób; zmienność wewnątrz próbek zwiększa się, co może być sygnałem nieprawidłowości w mieszaninie, dozowaniu lub warunkach środowiskowych. Brak możliwości wyznaczenia granic w przypadku wykresu S w podejściu PN-EN 206 [1] stanowi ograniczenie tej normy, a analiza wartości średnich może nie ujawniać problemów, które dobrze wychwytyuje analiza

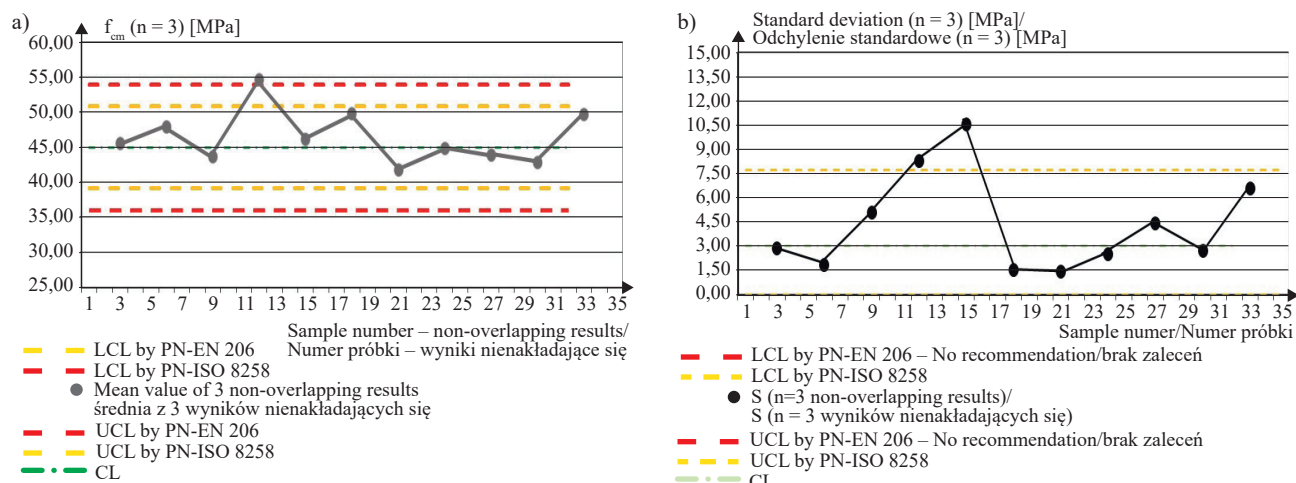


Fig. 1. The Shewhart control chart – initial production, non-overlapping results: a) mean value $\bar{x}$; b) standard deviation S

Fig. own elaboration

Rys. 1. Karta kontrolna Shewharta – produkcja początkowa, wyniki nienakładające się: a) wartość średnia $\bar{x}$; b) odchylenie standardowe S

Rys. opracowanie własne

viation analysis can detect. Thus, using $\bar{x}$ - S charts in accordance with ISO [2] allows not only for conformity monitoring but also for a better understanding of the stability and quality of the technological process.

Initial production – overlapping data ($n=3$, $N=35$). The analysis shown in Figure 2 used overlapping results, where each subsequent sample included three consecutive measurements, shifting by one record (e.g., sample 1: results 1–3, sample 2: results 2–4, etc.). This approach increases analysis sensitivity and enables earlier detection of process instability.

In the mean value graph (Figure 2a), an exceedance of the upper control limit according to PN-ISO 8258+AC1 [2] (UCL = 50.86 MPa) is clearly visible for samples nos. 12 and 13. At the same time, a dynamic trend is visible – an initial increase in mean values, followed by a sharp decline (samples 14–18), which may indicate a temporary process instability. The PN-EN 206 [1] limits (UCL = 54.00 MPa, LCL = 36.00 MPa) were exceeded only for two points, confirming the lower sensitivity of the classic approach. The ISO [2] method is better at revealing

odchylen standardowych. Zastosowanie kart $\bar{x}$ - S zgodnie z ISO [2] pozwala zatem nie tylko monitorować zgodność, ale również lepiej zrozumieć stabilność i jakość procesu technologicznego.

Produkcja początkowa – dane nakładające się ($n=3$, $N=35$). W analizie przedstawionej na rysunku 2 wykorzystano wyniki nakładające się, gdzie każda kolejna próbka obejmowała trzy kolejne pomiary, przesuwając się o jeden rekord (np. próbka 1: wyniki 1–3, próbka 2: wyniki 2–4, itd.). Takie podejście zwiększa czułość analizy i umożliwia wcześniejsze wykrycie niestabilności procesu.

Na wykresie wartości średnich (rysunek 2a) widoczne jest wyraźne przekroczenie górnej granicy kontrolnej wg normy PN-ISO 8258+AC1 [2] (UCL = 50,86 MPa) w przypadku próbek 12 i 13. Jednocześnie obserwuje się dynamiczny trend, początkowo wzrost wartości średnich, a następnie ich gwałtowny spadek (próbki 14–18), co może świadczyć o okresowym zakłóceniu stabilności procesu. Granice wg PN-EN 206 [1] (UCL = 54,00 MPa, LCL = 36,00 MPa) zostały przekroczone tylko w przypadku dwóch punktów, co potwierdza mniejszą czułość podej-

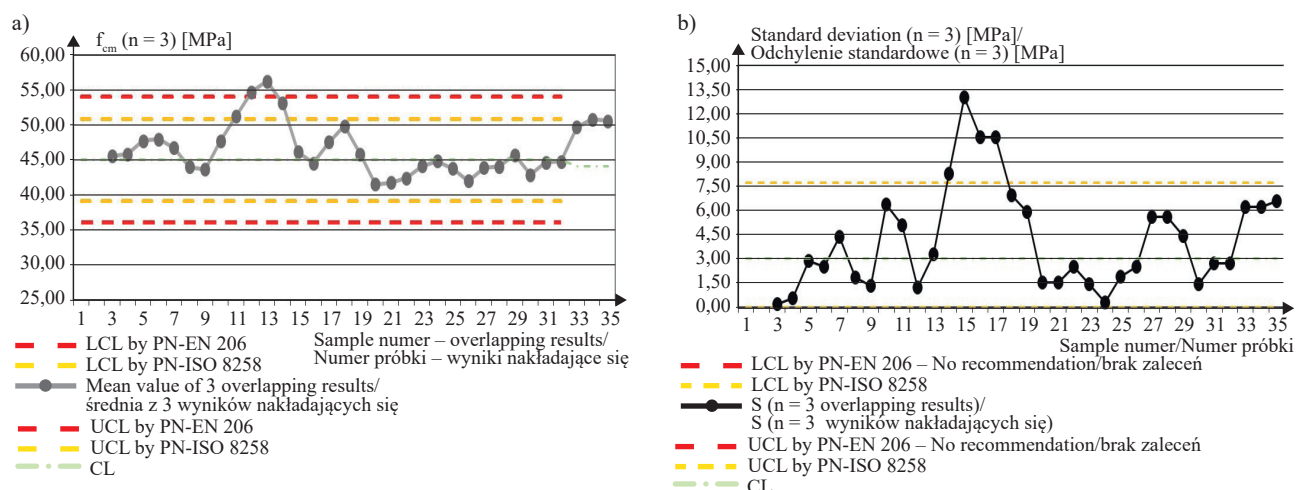


Fig. 2. The Shewhart control chart – initial production, overlapping results: a) mean value $\bar{x}$; b) standard deviation S

Fig. own elaboration

Rys. 2. Karta kontrolna Shewharta – produkcja początkowa, wyniki nakładające się: a) wartość średnia $\bar{x}$; b) odchylenie standardowe S

Rys. opracowanie własne

the temporary process instability. In the standard deviation graph (Figure 2b), in samples 12 to 17, a significant increase in variability can be observed that exceeds the ISO control limit (UCL = 7.70 MPa). The maximum value exceeds 13 MPa (sample 14), signalling a disruption in sample homogeneity. Such deviations may result from mix preparation errors or variable environmental conditions (e.g., temperature or humidity). It is worth noting that when using overlapping data, the SPC method according to ISO reveals internal disturbances even more effectively. This approach has a greater diagnostic value than the classic PN-EN 206 [1] method, which relies solely on mean values and does not take into account process dynamics or dispersion. The analysis of Shewhart $\bar{x}$ -S charts confirms that a full statistical assessment of stability requires simultaneous monitoring of both mean values and variability (S). In this case, using overlapping results enabled an earlier recognition of instabilities that might have remained unnoticed in the simplified approach.

Continuous production – overlapping data (n = 15, N = 30).

In case of continuous production, an analytical approach based on overlapping results was applied, using samples of size n = 15, which aligns with the recommendations for the full SPC implementation in serial production. Samples were compiled using the rolling method, providing a high time resolution in detecting process deviations. The calculated input parameters from the initial production stage are the average compressive strength $f_{cm} = 46.12$ MPa and the standard deviation $S = 5.34$ MPa. According to PN-EN 206:2021 [1], in the classic $\pm 3S$ approach, the control limits amount to: LCL = 30.08 MPa, UCL = 62.15 MPa. In the PN-ISO 8258+AC1 [2] approach, for n = 15, the following tabular coefficients were used: $A_3 = 0.729$, $B_3 = 0.284$, $B_4 = 1.716$, obtaining the following values: LCL = 41.90 MPa, UCL = 50.33 MPa (in case of mean values) and LCL = 2.29 MPa, UCL = 8.40 MPa (in case of standard deviations).

Figure 3a presents the mean values for successive overlapping samples. All points fall within the PN-EN 206 [1] limits, but several points (e.g., samples 7–9) exceed the UCL according to ISO 8258+AC1 [2] (50.33 MPa). This suggests an increase in strength, which may impact cost-effectiveness and mix optimization. Additionally, the upward trend indicates a growing instability in the process, despite the apparent compliance with PN-EN 206 [1].

Figure 3b shows significant exceedances of the UCL = 8.40 MPa starting from sample no. 8 to the end of the series. From that point onwards, data dispersion systematically increases, reaching values close to 11 MPa. This clearly indicates the instability of the process, even though the mean values appear stable. Such an increase in dispersion may result from: unstable mixing or dosing parameters, changes in aggregate moisture, operator errors, or lack of automatic regulation in the control system. In the case of continuous production, the classic assessment according to PN-EN 206 [1] did not indicate any irregularities, as all values fell within the $\pm 3S$ limits. The application of the SPC approach according to PN-ISO 8258+AC1 [2] allows for the detection of two critical phenomena: mean values approaching the upper control limits (UCL), and the increasing variability within samples (exceeding the UCL of the standard deviation). It should be emphasized that only the

ścia klasycznego. Podejście ISO [2] lepiej uwidacznia chwilową niestabilność. Na wykresie wartości odchylenia standardowego (rysunek 2b), od próbki 12 do 17 obserwujemy znaczny wzrost zmienności, przekraczający granicę kontrolną ISO (UCL = 7,70 MPa). Maksymalna wartość przekracza 13 MPa (próbka 14), co jest sygnałem rozregulowania jednorodności próbek. Takie odchylenia mogą wynikać z błędów w przygotowaniu mieszanki lub wpływu zmiennych warunków środowiskowych (np. temperatury lub wilgotności). Warto podkreślić, że przy zastosowaniu danych nakładających się, metoda SPC wg ISO bardzo dobrze ujawnia zakłócenia wewnętrzne. Takie podejście ma większą wartość diagnostyczną niż klasyczna metoda wg PN-EN 206 [1], która bazuje wyłącznie na wartościach średnich i nie uwzględnia dynamiki procesu ani jego rozrzutu. Analiza wyników do kart Shewharta typu $\bar{x}$ -S potwierdza, że pełna ocena statystyczna stabilności wymaga jednoczesnego monitorowania zarówno wartości średnich, jak i parametru zmienności (S). W tym przypadku zastosowanie wyników nakładających się umożliwiło wcześniejsze rozpoznanie niestabilności, które w podejściu uproszczonym mogłyby pozostać niezauważone.

Produkcja ciągła – dane nakładające się (n = 15, N = 30).

W przypadku produkcji ciągłej zastosowano podejście analityczne bazujące na nakładających się wynikach, z próbami liczebności n = 15, co jest zgodne z rekomendacjami do pełnego wdrożenia SPC w produkcji seryjnej. Próbkę zestawiono metodą przesuwną (*rolling samples*), co zapewnia dużą rozdzielczość czasową w detekcji odchyżeń procesowych. Obliczone parametry wejściowe z produkcji początkowej to średnia wartość wytrzymałości $f_{cm} = 46,12$ MPa i odchylenie standardowe $S = 5,34$ MPa. Zgodnie z PN-EN 206:2021 [1], przy klasycznym podejściu $\pm 3S$, granice kontrolne wynoszą: LCL = 30,08 MPa, UCL = 62,15 MPa. W podejściu wg PN-ISO 8258+AC1 [2], przy n = 15, wykorzystano współczynniki tablicowe: $A_3 = 0,729$, $B_3 = 0,284$, $B_4 = 1,716$, co dało: LCL = 41,90 MPa, UCL = 50,33 MPa (w przypadku wartości średnich), LCL = 2,29 MPa, UCL = 8,40 MPa (w przypadku odchyżeń standardowych).

Na rysunku 3a przedstawiono wartości średnie w przypadku kolejnych nakładających się prób. Wszystkie punkty mieszczą się w granicach PN-EN 206 [1], ale kilka punktów (np. próbki 7–9) przekracza granicę UCL wg ISO 8258+AC1 [2] (50,33 MPa). Sugeruje to zwiększenie wytrzymałości, co może mieć wpływ na ekonomikę i optymalizację receptur. Dodatkowo, trend wzrostowy wskazuje na narastającą niestabilność w procesie, mimo pozornej zgodności z normą PN-EN 206 [1].

Rysunek 3b pokazuje znaczne przekroczenie granicy UCL = 8,40 MPa od próbki 8 do końca serii. Od tego momentu rozrzut danych systematycznie zwiększa się, aż do wartości bliskiej 11 MPa. Jednoznacznie wskazuje to na rozregulowanie procesu, nawet jeśli wartości średnie pozornie pozostają stabilne. Taki wzrost rozrzutu może wynikać m.in. z niestabilnych parametrów mieszania lub dozowania, zmiany wilgotności kruszywa, błędów operatora, braku automatycznej regulacji w układzie sterowania. W przypadku produkcji ciągłej klasyczna ocena wg PN-EN 206 [1] nie wykazała żadnych nieprawidłowości, wszystkie wartości mieszczą się w granicach $\pm 3S$. Zastosowanie podejścia SPC wg PN-ISO 8258+AC1 [2] pozwala na detekcję

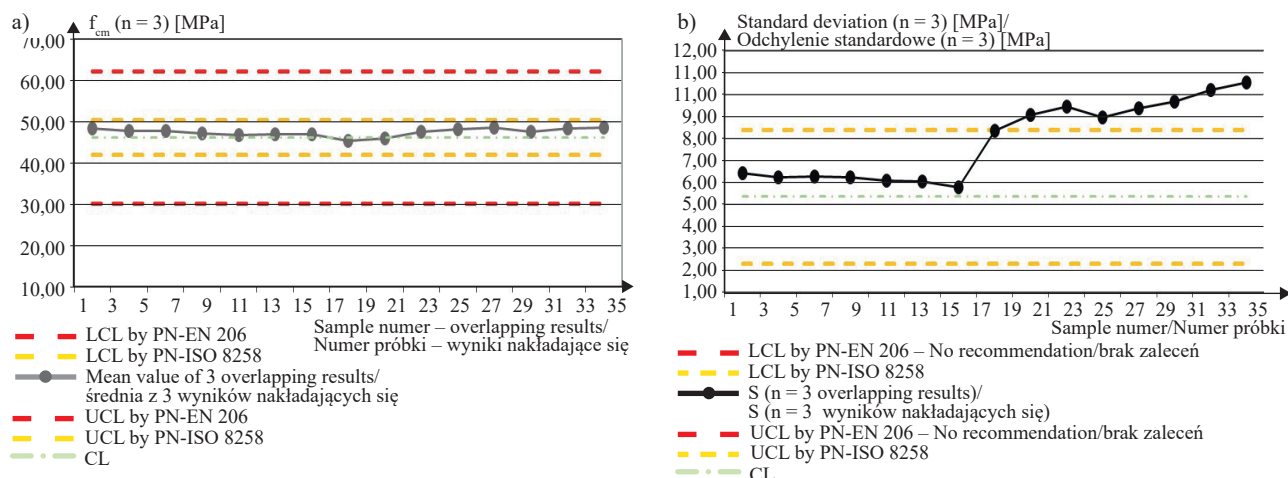


Fig. 3. The Shewhart control chart – continuous production, overlapping results: a) mean value $\bar{x}$; b) standard deviation S

Fig. own elaboration

Rys. 3. Karta kontrolna Shewharta – produkcja ciągła, wyniki nakładające się: a) wartość średnia $\bar{x}$; b) odchylenie standardowe S

Rys. opracowanie własne

$\bar{x}$ - S approach allows for a comprehensive monitoring of both strength levels and their homogeneity, making it a significant tool in supporting Factory Production Control (FPC).

Summary

The comparison of results shows that the Shewhart charts are characterized by a very high efficiency in process evaluation – especially when using the ISO approach. The normative method compliant with PN-EN 206 [1] (method “C”) provides a solid foundation for conformity assessment, but does not allow for the evaluation of internal process variability. Consequently, the diagnostic value of early detection of irregularities is limited. PN-ISO 8258+AC1 [2] offers a comprehensive characterization of the process, enabling the detection of slight instabilities before control limits are exceeded. The application of standard deviation control charts allows for the assessment of internal process variability, which may not be visible on mean value graphs. This approach aligns with the philosophy of Total Quality Management (TQM) and responds to the need – increasingly emphasized in scientific and technical literature [4–7] – for implementing SPC within Factory Production Control systems.

dwa krytycznych zjawisk: zbliżenia do górnej granicy wartości średnich (UCL) oraz narastającej zmienności wewnątrz prób (przekroczenia UCL odchylenia standardowego). Należy podkreślić, że tylko podejście z użyciem kart $\bar{x}$ - S umożliwi kompleksowe monitorowanie zarówno poziomu wytrzymałości, jak i jego jednorodności, co powoduje, że jest istotnym narzędziem wspierającym Zakładową Kontrolę Produkcji (ZKP).

Podsumowanie

Porównanie wyników pokazuje, że karty Shewharta charakteryzują się bardzo dużą skutecznością w ocenie procesu – szczególnie w przypadku zastosowania podejścia ISO. Normowe podejście wg PN-EN 206 [1] (metoda „C”) stanowi dobrą bazę do oceny zgodności, ale nie umożliwia oceny z uwzględnieniem wewnętrznej zmienności procesu. W konsekwencji wartość diagnostyczna wczesnego wykrywania nieprawidłowości jest ograniczona. PN-ISO 8258+AC1 [2] zapewnia pełną charakterystykę procesu, pozwalając na wykrywanie subtelnych niestabilności przed przekroczeniem wartości granicznych. Zastosowanie kart kontrolnych odchyleń standardowych umożliwia ocenę wewnętrznej zmienności procesu, która może nie być widoczna na wykresach wartości średnich. Takie podejście wpisuje się w filozofię TQM (*Total Quality Management*) i jest odpowiedzią na coraz częściej wskazywaną w literaturze naukowo-technicznej [4–7] potrzebę wdrażania SPC w ramach Zakładowej Kontroli Produkcji.

Received: 03.02.2025

Revised: 07.04.2025

Published: 23.07.2025

Artykuł wpłynął do redakcji: 03.02.2025 r.

Otrzymano poprawiony po recenzjach: 07.04.2025 r.

Opublikowano: 23.07.2025 r.

Literatura

- [1] PN-EN 206: 2021, Beton Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.
- [2] PN-ISO 8258+AC1:199, Shewhart control charts.
- [3] PN-EN 1992-1-1:2008/Ap3. Eurokod 2 Projektowanie konstrukcji z betonu Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] Nasir M, Shafiq N, Khan K. Application of statistical process control techniques in ready-mixed concrete production. *Construction and Building Materials*. 2020, vol.257, 119556; <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2020.119556>.
- [5] Baloch MA, Khan MZN, Hussain S. Assessment of compressive strength variation in concrete using control charts: A case study of ready-mix plant.

Case Studies in Construction Materials. 2021, Vol. 15, e00766; <https://doi.org/10.1016/j.cscm.2021.e00766>.

- [6] Al-Suhaibani A, Al-Hadhrami LM, Al-Salami H. Enhancing concrete quality control using statistical process control methods. *Journal of Building Engineering*. 2019, vol. 23, pp. 389–397; <https://doi.org/10.1016/j.jobe.2019.01.050>.
- [7] Lenart M. Zastosowanie metod statystycznych do kontroli odbiorczej prefabrykatów betonowych. *Materiały Budowlane* 2015;9 (517): str