

dr hab. inż. Włodzimierz Bednarek<sup>1\*)</sup>

ORCID: 0000-0002-3693-9621

dr inż. Michał Pawłowski<sup>1)</sup>

ORCID: 0000-0002-0747-1177

# Recykling staroużytecznej podsypki tłuczniowej na warstwy ochronne zapewniające trwałość podtorza podczas postępującej degradacji nawierzchni kolejowej

*Recycling of the old-useful breakstone ballast for the protective layers providing the durability of the subgrade during the progressive degradation of the railway track structure*

DOI: 10.15199/33.2022.10.25

**Streszczenie.** Postępująca degradacja nawierzchni kolejowej powoduje zwiększenie oddziaływań przekazywanych przez nią na podtorze, co wymaga odpowiedniego doboru materiałów, ich uziarnienia, zagęszczenia w górnej strefie podtorza. Przedstawiono analizę obciążeń powstających podczas eksploatacji nawierzchni przekazywanych na podtorze oraz materiałów przydatnych do zastosowania na warstwy ochronne. Zaproponowano możliwość wykorzystania kruszywa z recyklingu zużytej podsypki jako pełnowartościowego materiału.

**Słowa kluczowe:** podsypka; warstwa ochronna; recykling podsypki; degradacja nawierzchni kolejowej.

**Abstract.** The progressing degradation of the railway track structure causes an increase in the impacts transferred by it on the subgrade, which requires the appropriate selection of material, their graining and compaction in the upper zone of subgrade. An analysis of the loads arising during the operation of the track structure transferred on the subgrade and the materials suitable for use in protective layers is presented. The possibility of using recycled aggregate from the used ballast as a full-value material was proposed.

**Keywords:** ballast; protecting layer; recycling of the ballast; degradation of the railway track structure.

Podstawowe zadanie konstrukcji nawierzchni kolejowej to bezpieczne przenoszenie obciążeń działających na szynę od przejeżdżających pociągów i przekazanie ich na fundament (np. podtorze kolejowe). Wymagania i oczekiwania stawiane prawidłowo zaprojektowanej, wykonanej i utrzymywanej nawierzchni kolejowej ukierunkowane są głównie na zagadnienia związane z bezpieczeństwem ruchu, komfortem podróży oraz minimalizacją niezbędnych nakładów na utrzymanie wymaganego stanu technicznego infrastruktury [1 ÷ 5].

Coraz większego znaczenia nabiera świadomość minimalizacji wpływu ruchu pociągów i procesów utrzymania dróg kolejowych na środowisko naturalne np. przez odzysk i recykling odpadów zapewniający racjonalny ich obieg w cyklu życia drogi kolejowej [6]. Analiza pracy toru kolejowego wymaga modelowania jego elementów (szyna, podkład) [7÷10] i samego podłoża [11 ÷ 13], a przede wszystkim przyjmowania i identyfikacji niezbędnych parametrów do przeprowadzenia obliczeń teoretycznych [14 ÷ 16].

## Wpływ eksploatacji na tor kolejowy

W bezстыkowym torze kolejowym dochodzi do powstawania różnej postaci kontaktu koła z szyną, podkładu z podłożem podsypkowym. Pod wpływem eksploatacji toru powstają imperfekcje koła oraz podłoża szynowego, które zmniejszają trwałość nawierzchni kolejowej. Powstawanie imperfekcji (pojedynczej lub ich koincydencja) w torze kolejowym prowadzi do postępującej degradacji nawierzchni kolejowej, a także większych kosztów utrzymania. Szczegółowy wykaz, opis i ocenę znaczenia powstających imperfekcji można znaleźć w literaturze [17 ÷ 21]. Zachodzi więc konieczność dostosowania podtorza, a zwłaszcza jego górnej strefy do zwiększonych oddziaływań przekazywanych z nawierzchni z możliwością zastosowania różnych materiałów ziarnistych do budowy warstw ochronnych (np. podsypki pozyskanej z recyklingu).

## Wpływ odkształceń powstających podczas eksploatacji (zamierzona imperfekcja w torze)

W celu analizy pracy obciążonych elementów toru na zamierzonej i wymuszonej lokalnej nierówności-imperfekcji (rysunek 1) wykonano badania terenowe (na stacji kolejowej Poznań

<sup>1)</sup> Politechnika Poznańska, Wydział Inżynierii Lądowej i Transportu

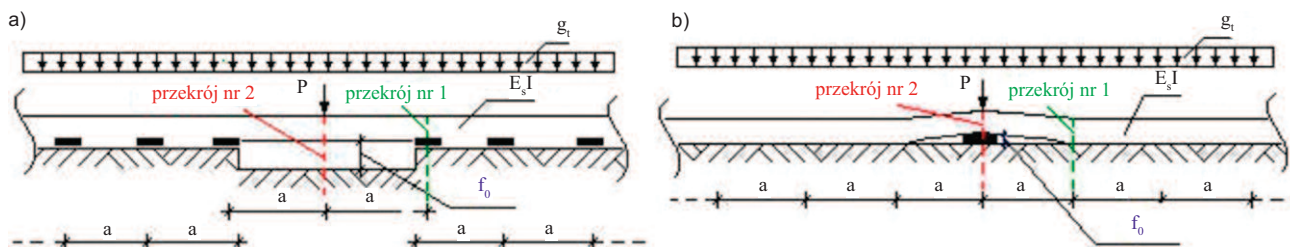
<sup>\*)</sup> Adres do korespondencji: wlodzimierz.bednarek@put.poznan.pl

– Franowo) [17, 18]. Celem badań było symulowanie i analiza zamierzonego odkształcenia w torze kolejowym przez generowanie nierówności w podparciu toru w postaci:

- obniżenia jednego przekroju poprzecznego (rysunek 1a);
- podniesienia jednego przekroju poprzecznego (rysunek 1b).

W torze wywołano zamierzone, lokalne odkształcenie przez obniżenie oraz podniesienie toru o określoną wartość (para-

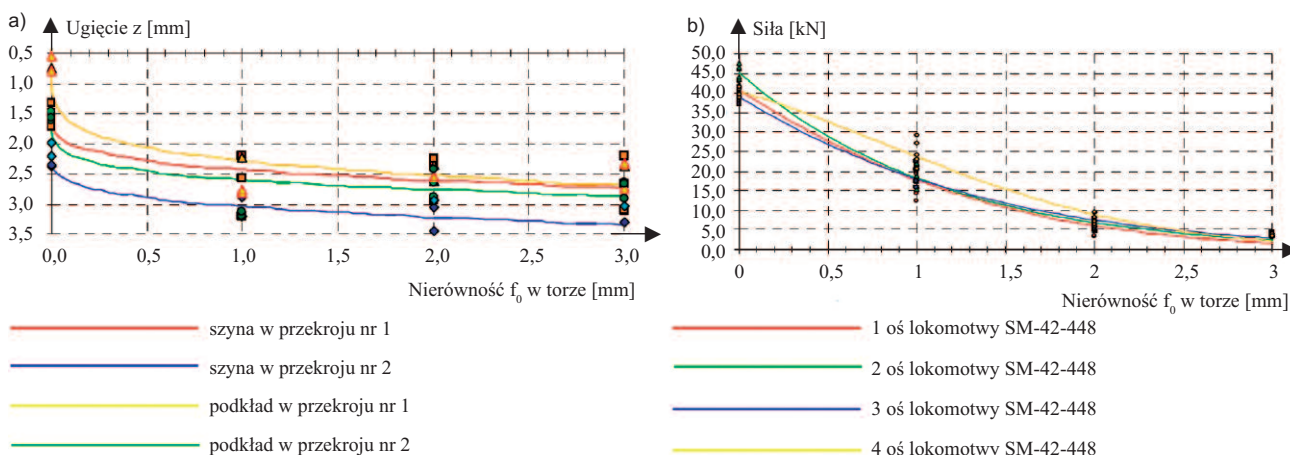
metr  $f_0$  na rysunku 1). Do analizy przemieszczeń wykorzystano także optyczny system pomiarowy [22]. Ciekawych spostrzeżeń dostarcza analiza otrzymanych wykresów ugięcia szyny i podkładu oraz siły przekazywanej z szyny na podkład kolejowy w rozpatrywanym przekroju nr 2 (rysunek 1), które dla schematu z rysunku 1a przedstawiono na rysunku 2, a dla schematu z rysunku 1b na rysunku 3.



Oznaczenia:  $f_0$  – nierówność wywołana w torze kolejowym [mm]; P – przyłożona siła [MN];  $E_s I$  – sztywność toru w płaszczyźnie pionowej [MN/m<sup>2</sup>];  $g_t$  – ciężar toru [MN/m]; a – rozstaw podkładów [m]

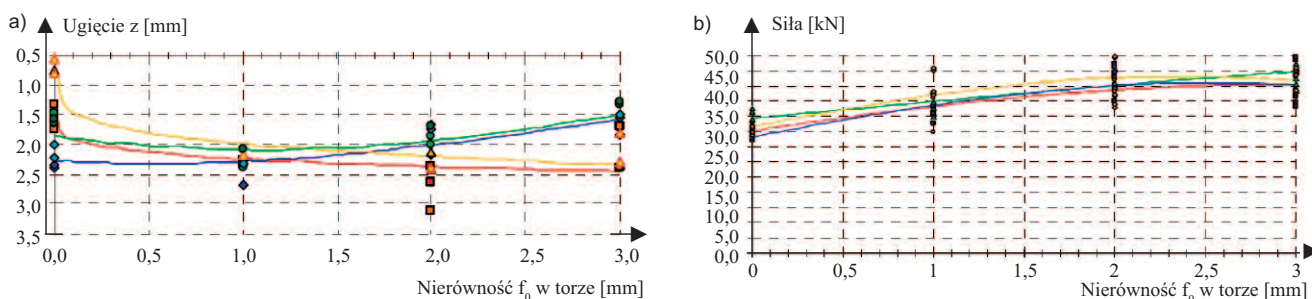
**Rys. 1. Schemat wywołanych nierówności w torze kolejowym [17, 18]: a) obniżenie przekroju poprzecznego nr 2 w torze kolejowym; b) podniesienie przekroju poprzecznego nr 2 w torze kolejowym**

*Fig. 1. Scheme of induced irregularities in the railway track [17, 18]: a) lowering of the cross-section no. 2 in the railway track; b) a raising of the cross-section no. 2 in a railway track*



**Rys. 2. Ugięcie szyny i podkładu wskutek wywołanej nierówności w torze kolejowym (a) – schemat z rysunku 1a; nacisk 90 kN/koło; szyna 49E1;  $U = 22,836$  MPa;  $a = 0,6$  m; nacisk osi nr 2 w przekroju nr 2; obniżenie przekroju poprzecznego nr 2; b) zmiana siły na czujniku w przekroju nr 2, siła w przekroju nr 2 (kolejne osie)**

*Fig. 2. The deflection of rail and sleeper due to irregularity in the railway track (a) – scheme from Fig. 1a; load 90 kN/wheel; 49E1 rail;  $U = 22,836$  MPa;  $a = 0,6$  m; axle load no. 2 in section no. 2; a lowering of the cross-section no. 2; b) the force change on the indicator in section no. 2, force in section no. 2 (the consecutive axes)*



**Rys. 3. Ugięcie szyny i podkładu wskutek wywołanej nierówności w torze kolejowym (a) – schemat z rysunku 1b; nacisk 90 kN/koło; szyna 49E1;  $U = 22,836$  MPa;  $a = 0,6$  m; nacisk osi nr 2 w przekroju nr 2; podniesienie przekroju poprzecznego nr 2; b) zmiana siły na czujniku w przekroju nr 2, siła w przekroju nr 2 (kolejne osie)**

*Fig. 3. The deflection of rail and sleeper due to irregularity in the railway track (a) – scheme from Fig. 1b; load 90 kN/wheel; 49E1 rail;  $U = 22,836$  MPa;  $a = 0,6$  m; axle load no. 2 in section no. 2; a raising of the transverse section no. 2; b) the force change on the indicator in section no. 2, force in section no. 2 (consecutive axes)*

Na rysunkach 2 i 3 strzałki nierówności  $f_0$  wywołane w torze w znaczny sposób zmieniają pracę obciążonych elementów nawierzchni kolejowej. W rozpatrywanym przekroju nr 2 można zaobserwować duży wpływ tych nierówności na pracę toru kolejowego. Na podstawie prac [1, 10, 23] określono parametr  $U = 22,836$  MPa (identyfikacja podczas przejazdu testowego dla  $f_0 = 0$  mm) oraz obliczono przekazywane naprężenia na podsypkę i torowisko. W przypadku rozpatrywanych schematów (rysunek 1) otrzymano:

- dla schematu z rysunku 1a, przy braku odkształcenia w torze ( $f_0 = 0$  mm), ugięcia szyny z wartości 1,996 zwiększają się do 3,537 mm (przy  $f_0 = 3$  mm) (rysunek 2). Powoduje to zmianę statycznej siły przekazywanej z szyny na podkład z 45,094 do 2,351 kN. Naprężenie przekazywane na podsypkę wynosi 0,293 MPa, a na torowisko 0,19 MPa i nie przekracza wartości dopuszczalnych;

- dla schematu z rysunku 1b zaobserwowano zmniejszenie ugięcia szyny z 2,269 do 1,553 mm (rysunek 3). Powoduje to zwiększenie statycznej siły przekazywanej z szyny na podkład z 44,284 kN dla  $f_0 = 0$  mm do 59,763 kN dla  $f_0 = 3$  mm. Naprężenia przekazywane na podsypkę wynoszą 0,395 MPa, a na torowisko 0,256 MPa i przekraczają wartości dopuszczalne odpowiednio o ok. 5 oraz 25%.

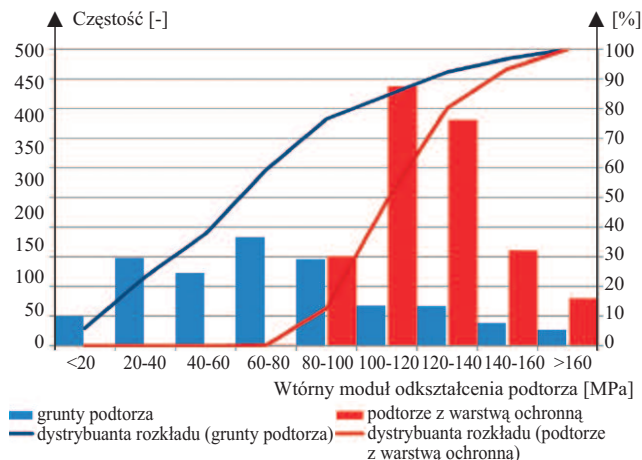
W związku z tym szczególnego znaczenia nabiera zapewnienie właściwego podparcia toru kolejowego, jego układu geometrycznego, prawidłowego utrzymania i odpowiedniego stanu podsypki oraz właściwy dobór materiałów (ich uziarnienia i zagęszczenia) na podsypkę czy warstwy ochronne podtorza kolejowego.

### Warstwy ochronne podtorza

Występowanie w torze imperfekcji przyczyniających się do intensyfikacji nacisków przekazywanych przez nawierzchnię na podtorze zwiększa rolę i znaczenie warstw ochronnych podtorza. Warstwy te polepszają warunki współpracy nawierzchni i podtorza, zmniejszają niejednorodność podtorza, zwiększają jego nośność, zabezpieczają grunty podtorza przed wpływem warunków atmosferycznych [3]. Warstwy ochronne wbudowuje się w podtorze, zgodnie z aktualnymi wymaganiami oraz wykorzystując nowoczesne sposoby i technologie robót. Prace te wykonuje się na krótkich odcinkach w ramach doraźnych robót naprawczych lub na długich jego fragmentach w ramach modernizacji podtorza.

Konstrukcje warstw ochronnych projektuje się najczęściej z wykorzystaniem metody modułu ekwiwalentnego [3] na podstawie wyników stosownych badań geotechnicznych podtorza. W badaniach tych określone są rodzaje i właściwości gruntów, z których podtorze jest zbudowane oraz oznacza się wartości wtórnych modułów odkształcenia gruntów podtorza na poziomie torowiska.

Podtorze istniejących linii kolejowych najczęściej charakteryzuje się dużą niejednorodnością wynikającą ze zróżnicowanych warunków wieloletniej eksploatacji oraz różnych rodzajów i właściwości gruntów, z których jest ono zbudowane. Na rysunku 4 przedstawiono histogram liczebności oraz dystrybucję rozkładu wartości wtórnych modułów odkształcenia gruntów podtorza, określonych w autor-



**Rys. 4. Histogram liczebności oraz dystrybucję rozkładu wartości wtórnych modułów odkształcenia gruntów podtorza oraz podtorza z warstwą ochronną określonych podczas realizacji prac budowlanych na wybranych fragmentach modernizowanych linii kolejowych E20 i E30 (badania własne)**

*Fig. 4. Histogram of the size and cumulative distribution function of the distribution of secondary deformation modules values of the subgrade soils and the subgrade with a protective layer determined during the execution of building works on selected fragments of modernized railway lines E20 and E30 (own research)*

skich badaniach na poziomie posadowienia warstwy ochronnej, podczas realizacji prac budowlanych na wybranych fragmentach modernizowanych linii kolejowych E20 i E30, a w kolumnie 2 tabeli zawarto ich statystykę. Dane w tabeli wskazują na znaczne zróżnicowanie właściwości gruntów występujących w podtorzu przed jego modernizacją. Wskaźnik zmienności wartości wtórnych modułów odkształcenia gruntów podtorza wynosi aż 0,54.

**Zestawienie wyników badań wtórnych modułów odkształcenia podtorza wykonanych podczas realizacji prac budowlanych na wybranych fragmentach modernizowanych linii kolejowych E20 i E30**  
*Summary of the test results of secondary deformation modules of subgrade performed during the execution of building works on selected fragments of the modernized E20 and E30 railway lines*

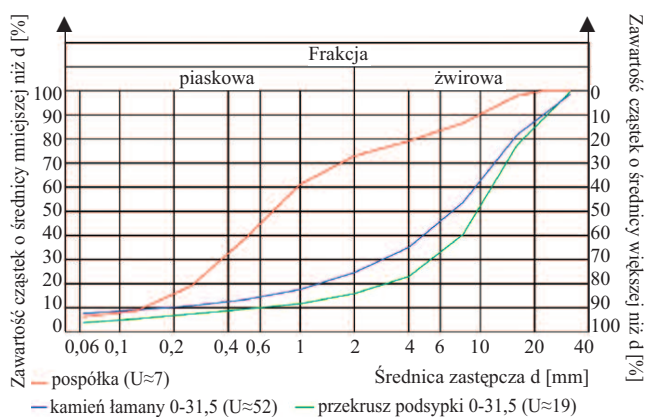
Parametr	Wtórny moduł odkształcenia [MPa]	
	grunty podtorza	podtorza z warstwą ochronną
Liczba przeprowadzonych pomiarów	850	1213
Wartość min.	7,0	77,6
Wartość max.	200,0	281,0
Wartość średnia	75,4	124,3
Odchylenie standardowe	40,4	21,0
Wskaźnik zmienności	0,54	0,17

### Konstrukcja wzmocnienia podtorza z wykorzystaniem różnych materiałów

Wbudowanie warstw ochronnych jest wymianą zużytych materiałów i gruntów stanowiących górną strefę podtorza przed przebudową i zmniejsza jego niejednorodność. Na stosownie przygotowanym podłożu budowana jest nowa konstrukcja z gruntów naturalnych, kamienia łamanego lub materiałów odpadowych, w razie konieczności zawierająca



geokompozyty [24], zastępująca dotychczasową jego górną strefę. Grunty lub kruszywa stosowane do budowy warstw ochronnych muszą się charakteryzować wskaźnikiem różnoziarnistości  $U$  nie mniejszym niż 5 [3]. Zastosowanie nieodpowiednich materiałów może mieć negatywny wpływ na uzyskiwany w czasie budowy stan ich zagęszczenia, a podczas eksploatacji przyczynić się do przyśpieszonej degradacji zbudowanej z nich warstwy ochronnej. Na rysunku 5 przedstawiono przykładowe krzywe uziarnienia gruntów (pospółka), kruszyw (mieszanka z kamienia łamanego o uziarnieniu  $0 \div 31,5$  mm) oraz materiałów odpadowych (przekruszona podsypka tłuczniowa do uziarnienia  $0 \div 31,5$  mm) wykorzystywanych do budowy warstw ochronnych podtorza.



**Rys. 5. Przykładowe krzywe uziarnienia pospółki, mieszanki z kamienia łamanego (uziarnienie  $0 \div 31,5$  mm) oraz przekruszonej podsypki tłuczniowej (uziarnienie  $0 \div 31,5$  mm), wykorzystywanych do budowy warstw ochronnych podtorza (badania własne)**

*Fig. 5. Examples of graining curves of sand gravel, mixture of crushed stone (graining  $0 \div 31,5$  mm) and crumbled old-use ballast (graining  $0 \div 31,5$  mm) of materials used for the construction of protective layers of the subgrade (own research)*

Pospółki, w zależności od pochodzenia, charakteryzują się różną zawartością poszczególnych frakcji, cząstek drobnych o średnicy mniejszej od 0,02 mm, a przez to zróżnicowaną wartością wskaźnika różnoziarnistości  $U$ . Ma to wpływ na różną ich przydatność do budowy górnych warstw podtorza oraz podatność na zagęszczanie oraz rozgęszczanie pod wpływem drgań od przejeżdżających pociągów. Grunty naturalne o nieodpowiednich właściwościach bez dodatkowych zabiegów (np. doziarnienie) nie nadają się do budowy górnych warstw podtorza. Pospółki są łatwym do pozyskania materiałem z lokalnych kopalni usytuowanych w sąsiedztwie modernizowanych lub naprawianych linii kolejowych. Problematyczne jest jednak pozyskanie gruntu charakteryzującego się odpowiednimi właściwościami.

Kruszywa wytwarzane z kamienia łamanego lub uzyskiwane z recyklingu podsypki charakteryzują się dużą zawartością ziaren o średnicy większej niż 4 mm (najczęściej ponad 60%). Składem ziarnowym tych materiałów można sterować w procesie produkcji i dzięki temu wskaźnik różnoziarnistości  $U$  tych kruszyw uzyskuje znaczne wartości, wskazując na dużą ich podatność na zagęszczanie oraz znikomą na rozgęszczanie pod wpływem drgań od przejeżdżających pociągów.

W przypadku kruszyw łamanych należy zwrócić uwagę na zawartość cząstek drobnych o średnicy mniejszej od 0,02 mm oraz w przypadku kruszywa z recyklingu na domieszki obce występujące w podsypce, np. beton, drewno, szkło, węgiel. Kruszywa łamane wytwarzane w kamieniołomach, w wyniku kontrolowanego procesu produkcji, najczęściej charakteryzują się właściwościami niezbędnymi do budowy warstw ochronnych podtorza. W przypadku kumulacji liczby wykonywanych robót budowlanych na drogach samochodowych i liniach kolejowych dostępność kruszyw może być ograniczona, a ich transport na miejsce wbudowania znacznie utrudniony. W wyniku kontrolowanego procesu kruszenia podsypki tłuczniowej pozyskanej z demontowanej nawierzchni podczas realizacji robót naprawczych lub modernizacyjnych można wytworzyć materiał kamienny o oczekiwanych właściwościach zapewniających uzyskanie trwałego podtorza. Kruszenie podsypki może być realizowane z wykorzystaniem kruszarek stacjonarnych zlokalizowanych na placu budowy lub bezpośrednio w czasie wbudowywania warstw ochronnych przy użyciu specjalistycznych, wysokowydajnych maszyn torowych. Ilość materiału pozyskiwanego w wymienionym procesie uzależniona jest od wielu czynników, a przede wszystkim od grubości i stopnia zanieczyszczenia podsypki w stanie istniejącym. Ilość wybranej z 1 m toru, w procesie oczyszczania, podsypki to  $2 \div 2,5$  m<sup>3</sup>, ponownie użytkuje się ok. 40%, pozostałą część stanowią odsiewki nadające się do dalszego wykorzystania. Recykling podsypki, będący jednocześnie działaniem proekologicznym, umożliwia pozyskanie pełnowartościowego, spełniającego rygorystyczne wymagania [3] materiału przy jednoczesnym zmniejszeniu zapotrzebowania na kruszywo dostarczane z zewnątrz, pozwala ograniczyć potrzebę dowozu dużych objętości kruszyw kamiennych z kamieniołomów, czasochłonnego i kosztownego procesu utylizacji zużytej podsypki oraz zapewnia oszczędność nieodnawialnych zasobów naturalnych [25].

W procesach naprawy lub modernizacji podtorza, projekt konstrukcji jego wzmocnienia weryfikuje się po usunięciu górnej części istniejącego podtorza i po przygotowaniu powierzchni do wbudowania warstwy ochronnej. Weryfikacji dokonuje się przez porównanie projektowych wartości parametrów gruntów z ich rzeczywistymi wartościami uzyskanymi w badaniach geotechnicznych realizowanych w terenie. W przypadku rozbieżności pomiędzy projektowymi a rzeczywistymi wartościami parametrów gruntów podtorza, w celu osiągnięcia projektowej nośności układu podtorze – warstwa ochronna, może zaistnieć potrzeba zastosowania równoważnej konstrukcji wzmacniającej lub poprawy właściwości gruntów podtorza, np. przez ich stabilizację spoiwami hydraulicznymi [4] czy zastosowanie geosyntetyków [5, 24]. Efekt wzmocnienia warstwą ochronną kontroluje się po zakończeniu prac w geotechnicznych badaniach odbiorczych. Kontroluje się wówczas stany odkształcenia i zagęszczenia podtorza za pomocą wartości wtórnego modułu odkształcenia i wskaźnika zagęszczenia kruszywa warstwy ochronnej. Wyniki badań odbiorczych powinny być nie mniejsze niż wymagane, określone w przepisach [3] i do-

kumentacji projektowej. W kolumnie 3 tabeli zestawiono wyniki badań, a na rysunku 4 histogram liczebności oraz dystrybuantę rozkładu wartości wtórnych modułów odkształcenia podtorza z warstwą ochronną określonych po zakończeniu prac budowlanych na wybranych fragmentach modernizowanych linii kolejowych E20 i E30. Zaprezentowane w tabeli i na rysunku 4 dane wskazują, że wbudowanie warstwy ochronnej zminimalizowało niejednorodność podtorza po jego modernizacji o około trzy razy. Wskaźnik zmienności wartości modułów odkształcenia podtorza z warstwą ochronną wynosi jedynie 0,17. Wynika z tego, że zastosowanie warstwy ochronnej zwiększyło nośność podtorza o ok. 65%.

## Wnioski

Na podstawie przeprowadzonych analiz można sformułować następujące wnioski:

- wskutek powstających imperfekcji w torze następuje zwiększenie wartości siły statycznej przekazywanej z szyny na podkład kolejowy. Zwiększenie tej wartości powoduje znaczną zmianę naprężeń przekazywanych na podsypkę (o ponad 5%) i torowisko (o 25%);
- szczególną przydatność do formowania i kształtowania warstwy ochronnej wykazuje przekruszona podsypka tłuczniowa z recyklingu (ze względu na możliwość dostosowania jej właściwości do znanych potrzeb pracy nawierzchni kolejowej oraz jej dostępność podczas realizacji kompleksowych napraw nawierzchni i podtorza);
- preferowanym materiałem konstrukcyjnym warstwy ochronnej jest kruszywo łamane o uziarnieniu  $0 \div 31,5$  mm (niesort), które spełnia wymagania [3], dobrze współpracuje z warstwą podsypki, łatwo się zagęszcza, umożliwia uzyskanie wymaganych wartości geotechnicznych parametrów odbiorczych podtorza (modułu odkształcenia na torowisku i wskaźnika zagęszczenia);
- wykorzystanie podsypki z recyklingu jako pełnowartościowego materiału, spełniającego rygorystyczne wymagania [3], znacznie zmniejsza zapotrzebowanie na dodatkowe materiały konstrukcyjne warstw ochronnych, ogranicza potrzeby transportowe i wykazuje przemyślane obieg materiałów w cyklu życia drogi kolejowej. Jest to polecane działanie ekologiczne, zmniejszające negatywny wpływ robót na środowisko podczas napraw czy modernizacji dróg kolejowych.

## Literatura

- [1] Bałuch M. Ustalanie dopuszczalnych nacisków osi i maksymalnych prędkości na liniach PKP. Prace Centrum Naukowo-Technicznego Kolejnictwa. 2003; 139: 7 – 16.
- [2] Instrukcja Id-1 (D-1) Warunki techniczne utrzymania nawierzchni na liniach kolejowych. PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., Warszawa, 2005.
- [3] Instrukcja Id-3 Warunki techniczne utrzymania podtorza kolejowego. PKP Polskie Linie Kolejowe S.A., Warszawa, 2009.
- [4] Siewczyński Ł, Pawłowski M. Sposoby powiększenia efektów zastosowania warstwy ochronnej. Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji w Krakowie. Seria: Materiały Konferencyjne. 2017, 1 (112), „Nowoczesne technologie i systemy zarządzania w transporcie szynowym” cz. I. Droga kolejowa: 145 – 154.

- [5] Sol-Sánchez M, Moreno-Navarro F, Rubio-Gámez MC. The use of elastic elements in railway tracks: A state of the art review. Construction and Building Materials. 2015; 75: 293 – 305.
- [6] Tomaszewska J. Gospodarka materiałowa w dobie transformacji gospodarczej. Materiały Budowlane 2021; DOI: 10.15199/33.2021.03.06.
- [7] Czyczula W, Towpik K. Problemy modelowania oraz identyfikacji modeli toru bezстыkowego. Problemy Kolejnictwa. 1998; 128: 67 – 97.
- [8] Kenney JT. Steady-state vibrations of beam on elastic foundation for moving load. Journal of Applied Mechanics. 1954; 21.
- [9] Kukulski J. Wybrane aspekty modelowania nawierzchni kolejowej, jej części składowych oraz podtorza. Problemy Kolejnictwa. 2009; 148: 207 – 228.
- [10] Sołkowski J. Problemy obliczania wytrzymałości toru w świetle technicznych specyfikacji interoperacyjności Zeszyty Naukowo-Techniczne Stowarzyszenia Inżynierów i Techników Komunikacji w Krakowie. Seria: Materiały Konferencyjne. 2017, 1 (112), „Nowoczesne technologie i systemy zarządzania w transporcie szynowym” cz. I. Droga kolejowa: 155 – 166.
- [11] Bednarek Wł. Determination of Foundation Coefficients for a 2-Parameter Model on the Basis of Railway Sleeper Deflection. In: Albers B., Kuczma M. (eds) Continuous Media with Microstructure 2. Springer, Cham. 2016; [https://doi.org/10.1007/978-3-319-28241-1\\_21](https://doi.org/10.1007/978-3-319-28241-1_21).
- [12] Teodoru I-B, Muşat V. Beam elements on linear variable two-parameter elastic foundation. Buletinul Institutului Politehnic Din Iaşi. 2008, Tomul LIV (LVIII), Fasc. 2: 69 – 78.
- [13] Vallabhan CVG, Das YC. Parametric study of beams on elastic foundations. Journal of the Engineering Mechanics Division. 1988, 114, No. 12: 2072 – 2082.
- [14] Eisenberger M, Yankelevsky DZ. Exact stiffness matrix for beams on elastic foundation. Computers&Structures. 1985; 21, Issue 6: 1355-1359.
- [15] Teodoru I-B, Muşat V. The modified Vlasov foundation model: An attractive approach for beams resting on elastic supports. EJGE. 2010, Vol. 15, Bund. C: 1-13.
- [16] Vallabhan CVG, Das YC. Modified Vlasov model for beams on elastic foundations. Journal of Geotechnical Engineering. 1991, 117, Issue 6: 956 – 966.
- [17] Bednarek Wł. An influence of a generated track intentional irregularity on a static work of a railway track. Archives of Civil Engineering. 2021, Vol. LXVII, Issue 1, 81 – 97, DOI: 10.24425/ace. 2021.136462.
- [18] Bednarek Wł. Full-Scale Field Experimental Investigation on the Intended Irregularity of CWR Track in Vertical Plane. Energies. 2021, 14 (22): 7477; <https://DOI.org/10.3390/en14227477>.
- [19] Bowe CJ, Mullarkey TP. Wheel-rail contact elements incorporating irregularities. Advances in Engineering Software. 2005; Volume 36, Issues 11-12: 827 – 837, <https://DOI.org/10.1016/j.advengsoft.2005.03.026>.
- [20] Drożdźiel J, Sowiński B. Method of track vertical stiffness estimation based on experiment. The Archives of Transport. 2010. XXII, No. 2: 153-162. <https://DOI: 10.2478/v10174-010-0009-y>.
- [21] Grassie SL, Cox SJ. Dynamic response of railway track with unsupported sleepers. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Transport Engineering. 1985; 199, Issue 2: 123 – 135.
- [22] <https://www.gom.com/en/products/high-precision-3d-metrology/pon-tos-live> [Accessed: 02 Jun. 2022].
- [23] Antolik Ł. Wpływ przekładki podszynowej na pracę systemu przytwierdzenia typu SB. Problemy Kolejnictwa. 2017; 177: 7 – 12.
- [24] Basiewicz T, Towpik K, Gołaszewski A, Kukulski J. Nawierzchnia kolejowa z kompozytem tłuczniowym. Problemy Kolejnictwa. 2012, 156: 106 – 127.
- [25] Górak P, Postawa P. Lekkie kruszywo ultrakompozytowe – ekologiczne i użyteczne wykorzystanie odpadów mineralnych i sztucznych. Materiały Budowlane. 2022. DOI: 10.15199/33.2022.06.08.

Przyjęto do druku: 2.08.2022 r.