



Przebiecie mimośrodowe i elementy ze zbrojeniem na przebiecie – projektowanie zgodnie z Eurokodem 2

Eccentric punching and slabs with punching shear reinforcement – design according to Eurocode 2

W poprzednim artykule poświęconym przebieciu elementów żelbetowych omówiono ogólne zasady kontroli tego stanu, natomiast obecny dotyczy sprawdzania przebiecia mimośrodowego, uwzględniania otworów sąsiadujących z polem obciążenia oraz zasad obliczania elementów ze zbrojeniem poprzecznym.

Sprawdzanie przebiecia mimośrodowego

Pojęcie przebiecia mimośrodowego używane jest do określenia przypadków, w których zaburzona jest symetria oddziaływań. Może być ona spowodowana dwiema przyczynami:

- brakiem symetrii obciążenia w układach, w których zachowana jest symetria geometryczna, efektem czego jest przekazywanie przez takie połączenie nie tylko siły V_{Ed} , ale także nierównoważonego momentu M_{Ed} ;

- brakiem geometrycznej symetrii połączenia płyty ze słupem, co występuje w stropach (w sąsiedztwie słupów krawędziowych i narożnych), a także w fundamentach, gdy słup nie jest usytuowany centralnie. Brak symetrii geometrycznej połączenia implikuje każdorazowo odstępstwo od symetrii obciążenia oraz prowadzi do występowania momentów działających w jednej lub dwóch płaszczyznach towarzyszących sile V_{Ed} . Zwykle dodatkowym osłabieniem tego typu połączenia jest brak fragmentu płyty w sąsiedztwie słupa krawędziowego lub narożnego.

Sposoby podejścia do omawianego zagadnienia są różne w Euro-

kode 2 i dotychczasowej normie PN-B-03264:2002 [2]. W normie [2] przypadki osiowego i mimośrodowego przebiecia były wyraźnie rozgraniczone, a metoda kontroli przebiecia mimośrodowego dostosowana do stóp fundamentowych obciążonych słupami o prostokątnym przekroju. W tych przypadkach analiza nośności przeprowadzana była na pojedynczej, najbardziej obciążonej, krawędzi obwodu kontrolnego. Porównaniu podlegały część siły przebijającej, której źródłem był odpór gruntu pod fragmentem podstawy fundamentu przylegającym od zewnątrz do rozpatrywanej krawędzi bryły przebiecia oraz nośność określona dla pojedynczej krawędzi obwodu kontrolnego. Ten sposób postępowania trudno było rozszerzyć na obliczenia stropów lub fundamentów podpierających słupy o przekroju innym niż prostokątny.

W Eurokodie 2 rozważane są zarówno przypadki asymetrii obciążenia, jak i takie, w których mimośrodowość spowodowana jest lokalizacją słupa. Konsekwencją mimośrodowości przyłożenia obciążenia jest nierównomierność rozkładu naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym. Podstawowym sposobem uwzględnienia tej nierównomierności jest wprowadzenie do warunku nośności współczynnika β i wyznaczanie maksymalnych naprężeń stycznych v_{Ed} ze wzoru:

$$v_{Ed} = \beta \frac{V_{Ed}}{u_1 d} \leq v_{Rd,c} \quad (1)$$

Istnieje kilka, niekiedy alternatywnych, sposobów wyznaczania warto-

ści współczynnika β dostosowanych do:

- lokalizacji słupa (słup wewnętrzny, krawędziowy lub narożny);
- kształtu pola obciążenia;
- kierunku działania momentów zginających.

W przypadku słupów krawędziowych i narożnych dochodzi dodatkowo redukcja obwodu kontrolnego, uwzględniana przez wprowadzenie do wzorów na współczynnik β , a nie bezpośrednio do wzorów na naprężenia v_{Ed} .

Współczynnik β dla słupów wewnętrznych jednokierunkowo zginanych. Pierwszym, podstawowym sposobem postępowania służącym do określenia współczynnika β jest obliczenie go na podstawie wartości siły V_{Ed} i nierównoważonego momentu M_{Ed} wg:

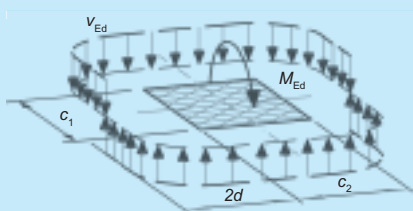
$$\beta = 1 + \frac{k M_{Ed}}{V_{Ed}} \frac{u_1}{W_1} \quad (2)$$

gdzie:

k – współczynnik zależny od proporcji długości boków słupa;
 u_1 – długość obwodu kontrolnego,
 W_1 – parametr charakteryzujący opór stawiany momentowi M_{Ed} przez obwód kontrolny.

Ten sposób obliczania wartości β przeznaczony jest przede wszystkim (choć nie wyłącznie) do analizy połączeń płyty ze słupami wewnętrznymi zginanymi jednokierunkowo.

Eurokod 2 sugeruje przyjęcie założenia, że rozkład naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym, wynikający z działania nierównoważonego momentu zginającego, jest rozkładem prostokątnym (rysunek 1), odpowiadającym pełnemu „uplastycznieniu” przy ścinaniu.



Rys. 1. Rozkład naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym wynikający z działania momentu M_{Ed}

Uwzględniający ten wpływ wskaźnik W_1 jest wielkością obliczaną bardzo podobnie jak moment statyczny krzywej (obwodu kontrolnego) względem osi przechodzącej przez środek słupa, z tą różnicą, że odległości e elementów fragmentów tego obwodu od osi brane są jako wartości bezwzględne, a nie jak w przypadku momentu statycznego jako wielkości algebraiczne.

$$W_1 = \int_u |e| dl \quad (3)$$

Warto wyjaśnić pochodzenie wzoru (2). Wynika on z elementarnej zależności (4) służącej do określania maksymalnego naprężenia stycznego jako efektu łączącego działania siły V_{Ed} i momentu M_{Ed} :

$$v_{Ed} = \left(\frac{V_{Ed}}{u_1} + \frac{kM_{Ed}}{W_1} \right) \frac{1}{d} \quad (4)$$

Wyciągając przed nawias czynnik $V_{Ed}/(u_1 d)$ we wzorze (4), a następnie przyrównując uzyskane wyrażenie do lewej strony nierówności (1), otrzymuje się proponowaną w normie postać wzoru (2) określającą współczynnik β . Należy jeszcze zwrócić uwagę na współczynnik k redukujący moment zginający M_{Ed} . Jego wartość zależy od kształtu pola obciążenia i przyjmowana jest z tabeli 1. Redukcja momentu M_{Ed} do wartości kM_{Ed} wynika z faktu, że za zrównoważenie M_{Ed} odpowiada nie tylko ścinanie na obwodzie kontrolnym płyty (skutkujące rozkładem naprężeń stycznych jak na rysunku 1). Innymi skutkami są zginanie i skręcanie występujące w płycie w bezpośrednim sąsiedztwie słupa. Udział mechanizmu prowadzącego do powiększania

Tabela 1. Wartość współczynnika k w przypadku prostokątnych pól obciążenia

c_1/c_2	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

c_1 i c_2 – wymiary prostokątnego pola obciążenia, odpowiednio równoległy i prostopadły do płaszczyzny działania momentu zginającego.

naprężeń ścinających na obwodzie kontrolnym szacowany jest właśnie współczynnikiem k .

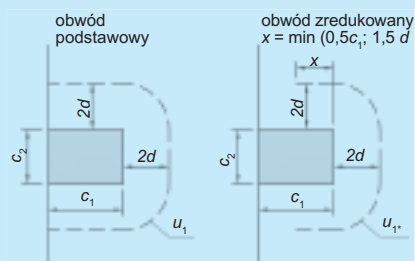
Współczynnik β dla słupów wewnętrznych dwukierunkowo zginanych. Nierównomierność rozkładu naprężeń stycznych, wynikająca z działania momentów zginających w dwóch wzajemnie prostopadłych płaszczyznach, można uwzględnić obliczając współczynnik β ze wzoru:

$$\beta = 1 + 1,8 \sqrt{\left(\frac{e_y}{b_z} \right)^2 + \left(\frac{e_z}{b_y} \right)^2} \quad (5)$$

gdzie:

e_y i e_z – mimośrodowość działania siły wzdłuż osi y i z ;
 b_y i b_z – długość boków obwodu kontrolnego wzdłuż osi y i z .

Współczynnik β dla słupów krawędziowych i narożnych. Inna koncepcja uwzględniania mimośrodowości może być stosowana w odniesieniu do słupów krawędziowych i narożnych, gdy brak osiowości przebiecia wynika tylko z braku geometrycznej symetrii. **W słupach krawędziowych**, przy jednakowej rozpiętości przeseł w kierunku równoległym do krawędzi oraz przy zachowaniu jednorodności obciążenia, **mimośród działania momentu jest prostopadły do krawędzi płyty i przesunięty do jej wnętrza**. Dopuszcza się założenie o równomiernym rozkładzie naprężeń stycznych na obwodzie kontrolnym, pod warunkiem redukcji długości tego obwodu do wartości u_1 , wg schematu pokazanego na rysunku 2. W tej sytuacji współczynnik β oblicza się ze wzoru (6), podstawiając mimośród równoległy do krawędzi $e_{par} = 0$.



Rys. 2. Podstawowy (u_1) i zredukowany (u_{1r}) obwód kontrolny słupów krawędziowych

W połączeniach słupów krawędziowych z płytą obciążonych momentami działającymi w dwóch ortogonalnych kierunkach przyjmuje się wartość β ze wzoru:

$$\beta = \frac{u_1}{u_{1r}} + k \frac{u_1}{W_1} e_{par} \quad (6)$$

w którym pierwszy składnik odpowiada za zginanie w płaszczyźnie prostopadłej do krawędzi płyty, a drugi za zginanie w płaszczyźnie równoległej do tej krawędzi. Znaczenie współczynników k oraz W_1 jest analogiczne jak w przypadku połączeń słupów wewnętrznych. Szczegółowe zasady określania wartości W_1 są w tym przypadku dostosowane do specyfiki wynikającej z położenia słupa. Szczegółowe wyjaśnienia zamieszczone są w [1]. Bardzo podobne zasady obowiązują przy sprawdzaniu nośności słupów narożnych.

Pewnym zaskoczeniem mogą być niektóre sformułowania w Eurokodzie 2 w fragmentach poświęconych obliczeniom połączeń słupów krawędziowych i narożnych z płytą. Mowa jest tam o *równomiernym rozkładzie siły przebijającej wzdłuż obwodu*, tymczasem w obliczeniach przyjmuje się wartość związanego z tym współczynnika $\beta > 1,0$. Należy więc przyjąć, że współczynnik β nie powinien być utożsamiany z nierównomiernością naprężeń, ale bardziej ze sposobem uwzględniania mimośrodowości.

Nie do końca jasno opisany jest sposób wykorzystania zredukowanego obwodu kontrolnego u_{1r} . **Moim zdaniem, zredukowaną długość u_{1r} należy zastosować tylko do wyznaczenia β , natomiast przy określaniu naprężeń v_{Ed} długością obwodu kontrolnego pozostaje długość niezredukowana u_1 . Warto w tym miejscu podkreślić, że interpretacja sposobu wykorzystania obwodu zredukowanego w obliczeniach może być dyskusyjna, ze względu na brak jednoznacznych sformułowań w Eurokodzie 2.**

Przybliżony sposób określania współczynnika β na podstawie położenia słupa. Ostatnim, najbardziej zgrubnym, sposobem uwzględniania mimośrodowości przebiecia jest powiązanie wartości współczynnika β bezpośrednio z usytuowaniem słupa, lecz bez uwzględniania wartości momentów zginających M_{Ed} uzyskanych z obliczeń statycznych. W tym podejściu dopuszcza się przyjęcie:

• $\beta = 1,15$ w przypadku słupów wewnętrznych;

- $\beta = 1,40$ w przypadku słupów kra-
wędziowych;
- $\beta = 1,50$ w przypadku słupów na-
różnych.

Zastosowanie tego przybliżonego podejścia dopuszczone jest tylko w układach, w których połączenia słupów z płytą nie odpowiadają za zapewnienie poprzecznej stateczności ustroju oraz gdy długość przylegających przęseł nie różni się o więcej niż 25%.

Wpływ otworów na nośność na przebiecie

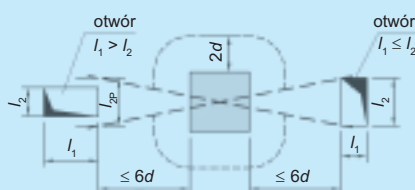
Lokalizacja otworów w sąsiedztwie słupów w ustrojach płytowo-słupowych jest rozwiązaniem typowym. Nie trzeba nikogo przekonywać, że ich występowanie wiąże się z obniżeniem nośności na przebiecie takiego połączenia. Dotychczas stosowane normy polskie pomijały tę kwestię, pozostawiając jej rozwiązanie projektantowi.

Eurokod 2 znormalizował zasady uwzględniania otworów, przyjmując, że jest ono konieczne wtedy, gdy odległość pomiędzy krawędzią otworu i krawędzią pola obciążenia nie przekracza $6d$ (zalecenie przejęte z normy brytyjskiej BS-8110 [4]).

Redukcja nośności wynika wtedy ze zmniejszenia długości obwodu kontrolnego, wg zasad przedstawionych na rysunku 3.

W obliczeniach uwzględniane są obydwie wymiary otworu – równoległy (długości l_2) i prostokątny (długości l_1) do najbliższej krawędzi słupa. Większe znaczenie odgrywa wymiar l_2 , jednak w przypadku otworów, w których $l_1 > l_2$, zalecane jest dokonanie redukcji obwodu kontrolnego przez przyjęcie powiększonego wymiaru l_2 do wartości (rysunek 3):

$$l_{2P} = \sqrt{l_1 l_2} \quad (7)$$



Rys. 3. Wpływ otworów na nośność na przebiecie wg Eurokodu 2

Eurokod 2 [1] nie definiuje jednoznacznie zasad postępowania w przypadku otworów położonych

w bezpośrednim sąsiedztwie pola obciążenia, a więc takich, które znajdują się częściowo lub całkowicie wewnątrz obszaru objętego obwodem kontrolnym. W tej sytuacji można sugerować (za normą amerykańską ACI-318 [3]) przyjęcie redukcji obwodu kontrolnego wynikającej z poprowadzenia linii łączących środek pola obciążenia z odpowiednimi narożami otworu i przedłużenia tych linii do obwodu kontrolnego lub w przypadku większych otworów potraktowanie tego fragmentu jako swobodnej krawędzi. Należy jednak zdawać sobie sprawę, że takie postępowanie jest pewną nadinterpretacją zaleceń Eurokodu 2.

Elementy zbrojone na ścinanie przy przebieciu

Podobnie jak w wielu innych kwestiach związanych z przebieciem, kontrola elementów ze zbrojeniem jest zagadnieniem dyskusyjnym. Zarówno w normach europejskich funkcjonujących do czasu wejścia w życie Eurokodów, jak i w normach krajów spoza tego obszaru istniała duża liczba wariantów ustalania nośności, a otrzymane na ich podstawie wyniki często mocno odbiegały od siebie. W dotychczasowej normie polskiej [2] elementom zbrojonym na przebiecie poświęcono bardzo mało uwagi, a proponowane w niej podejście można było uznać za bardzo ostrożne. W kwestiach obliczeniowych sprowadzało się ono do dwóch prostych wzorów, które stanowiły że:

- zastosowanie strzemion (pionowych lub nachylonych) lub prętów odgiętych umożliwia podniesienie nośności płyty do maksymalnie 140% nośności płyty bez zbrojenia;
- w elementach zbrojonych na przebiecie, zbrojenie poprzeczne (wyznaczone na podstawie prostego warunku równowagi) musi odpowiadać za przeniesienie całej siły, bez jakiegokolwiek udziału betonu.

W elementach ze zbrojeniem na ścinanie przy przebieciu (określenie stosowane w Eurokodie 2 równoważne dotychczas stosowanemu zbrojeniu na przebiecie) istnieje podstawowy problem związany z ustaleniem udziału betonu i zbrojenia na przebiecie w przenoszeniu siły V_{Ed} .

Wiadomo, że nie da się jednocześnie osiągnąć pełnego wykorzystania obydwu składowych. Dodatkowym problemem jest skuteczne zakotwienie całego zbrojenia (po obydwu stronach rysy tworzącej powierzchnię boczną bryły przebiecia). Jest to szczególnie trudne w elementach o niewielkiej grubości.

Obliczanie nośności elementów ze zbrojeniem na przebiecie polega na sumowaniu zredukowanych nośności betonu i stali. Skuteczną kalibrację udziału betonu i zbrojenia utrudnia niemający podstaw fizycznych normowy model wyznaczania nośności. W większości propozycji określenie nośności polegało na redukcji tylko jednego ze składników (betonu lub zbrojenia na przebiecie) przy pełnym wykorzystaniu drugiego z nich.

Podczas projektowania elementów ze zbrojeniem na przebiecie wg Eurokodu 2 w pierwszej kolejności sprawdza się naprężenia styczne na podstawowym obwodzie kontrolnym. Gdy nie przekraczają one wartości $v_{Rd,c}$, to element nie wymaga jakiegokolwiek zbrojenia na przebiecie. W sytuacji, gdy wartość $v_{Rd,c}$ jest przekroczona, to należy obliczyć potrzebne zbrojenie. Trzeba pamiętać, że w elementach ze zbrojeniem poprzecznym należy spełnić warunki konstrukcyjne (punkt 9.4.3.(2) [1]), w których określone jest zbrojenie minimalne na przebiecie.

Kontrola przebiecia elementów ze zbrojeniem poprzecznym polega na sprawdzeniu:

- naprężeń w przekroju na najmniejszym obwodzie otaczającym pole obciążenia u_o :

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_o d} \leq v_{Rd,max} = 0,4v_{fd} \quad (8)$$

- naprężeń w podstawowym przekroju kontrolnym (odległym o $2d$ od pola obciążenia):

$$v_{Ed} = \frac{\beta V_{Ed}}{u_d d} \leq v_{Rd,cs} = 0,75v_{Rd,c} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} f_{ywd,ef} \sin(\alpha)}{u_d} \quad (9)$$

- długości obwodu kontrolnego niewymagającego zbrojenia poprzecznego u_{out} :

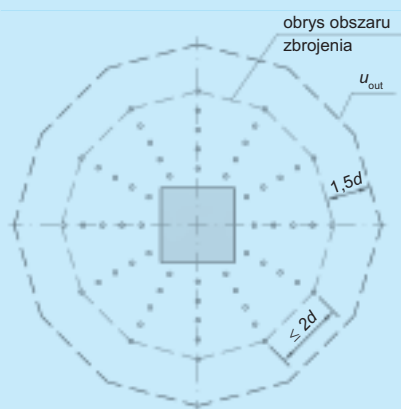
$$u_{out} = \frac{\beta V_{Ed}}{v_{Rd,c} d} \quad (10)$$

Znaczenie poszczególnych symboli we wzorach (8), (9), (10) można znaleźć w [1]. Warto jednak w tym miejscu wyjaśnić kilka istotnych kwestii związanych z tymi warunkami. Prawa strona warunku nośności (9) bazuje na założeniu o częściowym wykorzystaniu zarówno betonu (75% maksymalnych naprężeń $v_{Rd,c}$), jak i zbrojenia poprzecznego (granica plastyczności stali zredukowana do $f_{ywd,ef}$). Ograniczenie maksymalnych naprężeń w stali uzależnione jest od grubości płyty i ma na celu uwzględnienie jej wpływu na efektywność zakotwienia zbrojenia. Wartość tych naprężeń wynika z empirycznego wzoru, w którym $f_{ywd,ef}$ [MPa] oblicza się, podstawiając wysokość użyteczną płyty d [mm].

$$f_{ywd,ed} = 250 \text{ MPa} + 0,25d \leq f_{ywd} \quad (11)$$

Logiczną konsekwencją stosowania wzoru (11) jest największa redukcja maksymalnych naprężeń w zbrojeniu $f_{ywd,ed}$ w płytach małej grubości. Warto zwrócić uwagę, że we wcześniejszych edycjach Eurokodu 2 stosowanie zbrojenia poprzecznego na przebiecie dozwolone było w płytach grubości nie mniejszej niż 200 mm. Ostatecznie zalecenie to zostało pominięte w finalnej wersji normy.

Zależność (10) pozwala ustalić zasięg obszaru stosowania zbrojenia poprzecznego. Obliczony z niej obwód u_{out} (lub $u_{out,ef}$ w zależności od sposobu rozmieszczenia zbrojenia) jest obwodem kontrolnym, w którym beton może samodzielnie przenosić naprężenia styczne. Należy zwrócić uwagę, że kształt tego obwodu kontrolnego nie zależy od kształtu pola obciążenia, ale od sposobu rozmieszczenia zbrojenia poprzecznego (rysunek 4). Znajduje się on w odległości $1,5d$ na zewnątrz od skrajnych strzemion (położonych najbardziej na zewnątrz). Można zaproponować zastosowanie następującego praktycznego podejścia przy projektowaniu. W pierwszej kolejności należy



Rys. 4. Położenie obwodu kontrolnego u_{out}

przyjąć sposób rozmieszczania zbrojenia poprzecznego. Determinuje on kształt zewnętrznego obwodu kontrolnego $u_{out}(x)$ i pozwala sformułować wzór ogólny na jego długość, w którym parametrem (niewiadomą x) jest odległość od osi słupa do pręta położonego najbardziej na zewnątrz. Jednocześnie, należy wyznaczyć minimalną wymaganą długość tego obwodu u_{out} ze wzoru (10), a porównując ją ze wzorem ogólnym $u_{out}(x)$, można wyznaczyć niewiadomą wielkość x i w ten sposób znaleźć obszar, w którym należy rozmieszczać zbrojenie (obszar definiuje położenie skrajnego pręta). Dopiero wtedy można przystąpić do określenia niezbędnego zbrojenia (pola przekroju A_{sw} i rozstawu w kierunku promieniowym s_r), a podstawę tych obliczeń stanowi wzór (9).

We wcześniejszych edycjach Eurokodu 2 określana była dopuszczalna nośność elementu ze zbrojeniem poprzecznym w stosunku do nośności elementu bez zbrojenia. Proponowane ograniczenie tego przyrostu wynosiło 60%. W finalnej wersji normy [1] nie ma informacji na ten temat. Pewne ograniczenie stanowi konieczność spełnienia warunku naprężeń maksymalnych $v_{Rd,max}$ w przekroju na obwodzie pola obciążenia. Niemniej jednak w przypadku płyt o niewielkiej grubości ograniczenie to jest mało skutecz-

ne. Wydaje się jednak, że pomimo braku wspomnianego warunku ograniczającego dopuszczalny przyrost nośności dzięki zbrojeniu poprzecznemu, nie należy projektować elementów, w których za pomocą zbrojenia poprzecznego podnosi się nośność o więcej niż 60%.

Stosowanie zbrojenia na przebiecie obwarowane jest wieloma warunkami konstrukcyjnymi związanymi z poprawnym rozmieszczeniem tego zbrojenia. Są one podane w punkcie 6.4.3 normy [1].

W Eurokodzie 2 [1] znalazło się miejsce na informację o możliwości stosowania innych (niż strzemiona lub pręty odgięte) typów zbrojenia na przebiecie. W takich przypadkach dopuszcza się ustalanie wartości $v_{Rd,cs}$ na podstawie badań zgodnych z Aprobata Techniczną.

Abstract

Article is focused on explanation of two important problems met in design of slab – column connections – eccentric punching and design of punching shear reinforcement. Possible approaches used for consideration of unbalanced moments transferring are discussed.

Literatura

- [1] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2. Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [2] PN-B-03264:2002 Konstrukcje betonowe, żelbetowe i sprężone. Obliczenia statyczne i projektowanie.
- [3] ACI 318M – 08 Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318M-08) and Commentary.
- [4] BS 8110-1:1997 British Standard. Structural use of concrete – Code of practice for design and construction, BSI, May 2002.

dr inż. Grzegorz Wandzik
Politechnika Śląska w Gliwicach

PARTNERZY DZIAŁU

