

dr inż. Grzegorz Bajorek*
mgr inż. Marta Kiernia-Hnat**
dr inż. Izabela Skrzypczak***

Analiza kosztów kontroli odbiorczej w przypadku błędów kwalifikacji betonu

Zadaniem statystycznej kontroli jakości (SKJ) wyrobów produkowanych masowo jest zmniejszenie kosztów kontroli, a w pewnych przypadkach wręcz umożliwienie kontroli. Metody statystycznej kontroli odbiorczej określają sposoby losowego pobierania próbek oraz zasady postępowania przy klasyfikowaniu jakości gotowych partii wyrobów. Jedne ze stosowanych metod to tzw. plany odbiorcze [1] opierające się na założeniu, że wadliwość pobranej próbki odzwierciedla jakość kontrolowanej partii. Mają one na celu zrównoważenie ryzyka producenta, odbiorcy oraz weryfikację, czy odpowiednie wartości analizowanej cechy spełniają kryteria zgodności. W praktyce nie ma metod statystycznej kontroli jakości, które nie byłyby obciążone błędami kwalifikacji. Błędy kwalifikacji w procesie kontroli jakości wpływają na koszty generowane przez stosowane plany odbiorcze, co w konsekwencji wpływa na jakość realizowanych obiektów inżynierskich. Koszty jakości w przypadku błędów kwalifikacji mogą osiągnąć znacznie większą wartość niż w przypadku kontroli bezbłędnej.

Charakterystyka planów odbiorczych

Plany odbiorcze to procedury weryfikacji jakości partii materiału losowo pobranej próby, natomiast sposoby weryfikacji jakości to metody *off-line* statystycznej kontroli jakości (SKJ). Oznacza to, że procedura kontrolna znajduje zastosowanie, gdy produkcja danej partii zostanie zakończona. Badań odbiorczych dokonuje się po zakończonym etapie produkcji, gdyż ich celem nie jest kontrola oraz oddziaływanie na proces technologiczny, lecz ochrona odbiorcy przed przyjmowaniem wyrobów niespełniających

* Politechnika Rzeszowska, Centrum Technologiczne Budownictwa przy Politechnice Rzeszowskiej

** Centrum Technologiczne Budownictwa przy Politechnice Rzeszowskiej

*** Politechnika Rzeszowska

cych norm jakościowych sformułowanych w postaci odpowiednich kryteriów zgodności [2].

W ocenie różnych planów badań wrywkowych pomaga porównanie, jak spełniają one swoje zadanie przy różnych możliwych poziomach jakości kontrolowanego produktu. Z teorii statystycznej kontroli jakości wynika, że istnieją dwa typy krzywych operacyjno-charakterystycznych: kontrola odbiorcza konkretnej partii w funkcji frakcji jednostek niezgodnych (wadliwych) oraz weryfikacja otrzymanych wartości (np. dla średniej) przy użyciu testów statystycznych. Wykresy zależności prawdopodobieństwa akceptacji P_a od wadliwości w (liczby braków w partii) lub wykresy zależności prawdopodobieństwa odrzucenia od reguły operacyjnej testowania (np. wytrzymałości średniej) są krzywymi operacyjno-charakterystycznymi (krzywe OC). Plany badań wrywkowych są tradycyjnie stosowaną formą prezentacji ryzyka, związanego ze statystycznymi kryteriami zgodności. Krzywa OC obrazuje wartość prawdopodobieństwa akceptacji P_a weryfikowanej partii materiału dla określonej frakcji k sztuk wadliwych w partii o liczebności n , przy założonym planie odbioru ($k||n$).

Racjonalne kryteria zgodności dla betonu powinny spełniać co najmniej trzy podstawowe warunki:

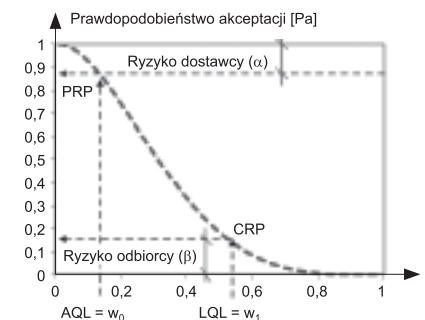
- prawdopodobieństwo P_a akceptacji partii betonu spełniającej wymagania ($\alpha = 1 - P_a$, czyli ryzyko producenta betonu, tzn. ryzyko odrzucenia partii spełniającej wymagania) powinno być nie mniejsze od wstępnie ustalonego i powinno uwzględniać kompromis pomiędzy ryzykiem producenta α i odbiorcy β (ryzyko akceptacji partii niespełniającej wymagań);

- zwiększenie liczebności próby n powinno powodować wzrost wartości P_a , czyli zmniejszenie ryzyka producenta α ;

- wśród partii spełniających wymagania, większe wartości P_a powinny odpowiadać partiom o mniejszym odchyleniu standardowym produkcji betonu.

Zaproponowane w normie kryteria zgodności powinny być wyrazem kompromisu między wymaganiami bezpieczeństwa, ekonomii oraz jakości. Ze względu na jakość projektowanych konstrukcji z betonu kryterium odnoszące się do wytrzymałości można rozpatrywać, wykorzystując krzywe operacyjno-charakterystyczne.

Krzywe operacyjno-charakterystyczne są szczególnie użyteczne przy badaniu mocy statystycznych procedur kontroli jakości (rysunek 1). Rzeczywiste decyzje dotyczące wielkości próbki zależą od kosztów prowadzenia kontroli (np. kosztów badania elementu) oraz od kosztów wynikających z braku sygnału o rozregulowaniu procesu technologicznego.



Rys. 1. Krzywa operacyjno-charakterystyczna

Z określeniami „wadliwość dyskwalifikująca” i „akceptowalny poziom wadliwości” związane jest ryzyko producenta oraz ryzyko odbiorcy. Terminem „ryzyko producenta” (PRP – Producer Risk Point) określa się prawdopodobieństwo odrzucenia partii produktu, jeśli wadliwość tej partii nie przekracza dopuszczalnej wadliwości w_0 . Ryzyko odbiorcy (CRP – Consumer Risk Point) to prawdopodobieństwo zaakceptowania partii produktu, której wadliwość osiąga lub przekracza wadliwość dyskwalifikującą w_1 [6].

Koszty kontroli jakości

Pod pojęciem kosztów kontroli jakości kryją się koszty związane z prowadzeniem kontroli w przedsiębiorstwie. Obejmują one koszty związane z wykonywaniem lub zaniechaniem czynności kontrolnych, koszty naprawy i wymiany elementów wadliwych, koszty wynikające z utraty nabywców i koszty zmniejszenia renomy firmy [3,4].

Klasyfikacja kosztów kontroli jakości obejmuje:

- koszty prewencji;
- koszty badań i oceny;
- straty na brakach wewnętrznych;
- straty na brakach zewnętrznych.

Ogólny koszt kontroli stanowi sumę wszystkich wymienionych kosztów. Koszt kontroli odbiorczej to składowa kosztów badań i oceny oraz strat na brakach wewnętrznych i zewnętrznych.

Koszty badań i oceny obejmują koszty kontroli jakości, w skład której wchodzi wydatki związane z eksploatacją obowiązującego systemu zarządzania jakością. Składowymi tej grupy są koszty odbiorczych badań jakości surowców i materiałów, koszty systemu sterowania jakością, koszty międzyoperacyjnych i końcowych badań jakości oraz straty wynikające z niepełnej sprawności diagnostycznej i błędów kwalifikacji [4].

Koszty badań zależą od kosztu kontroli próbki k_{pr} i liczby kontrolowanych próbek n . Oczekiwane koszty kontroli przy stosowaniu planu jednostopniowego określa wzór:

$$K_{pr}(w) = P_a(w) \cdot n \cdot k_{pr} + (1 - P_a(w)) \cdot N \cdot k_{pr} \quad (1)$$

gdzie:

N – liczebność partii;
 n – liczebność pobranej próbki.

Koszty kontroli odbiorczej a błędy kwalifikacji

Przedstawiona wycena kosztów kontroli badań i oceny jest poprawna tylko przy założeniu bezbłędnej kwalifikacji partii materiałów. W praktyce nie ma metod statystycznej kontroli jakości, które nie byłyby obciążone błędami kwalifikacji. Kontrolowana partia materiału może zostać uznana za wadliwą, jeśli jest faktycznie wadliwa, bądź w przypadku, gdy jest ona dobra i została błędnie zakwalifikowana. Analogicznie, kontrolowana partia materiału może zostać uznana za dobrą, gdy jest

faktycznie dobra, bądź gdy jest ona wadliwa i została błędnie zakwalifikowana. Prawdopodobieństwo uznania próbki za wadliwą wyraża się wzorem:

$$w^* = w(1 - \beta) + q\alpha \quad (2)$$

gdzie:

w – rzeczywista wadliwość próbki;
 β – prawdopodobieństwo popełnienia błędu kwalifikacji polegającego na uznaniu próbki wadliwej za dobrą, ryzyko odbiorcy;
 α – prawdopodobieństwo popełnienia błędu kwalifikacji polegającego na uznaniu próbki dobrej za wadliwą, ryzyko producenta,

oraz

$$q = 1 - w \quad (3)$$

Prawdopodobieństwo uznania próbki za dobrą określa wzór:

$$q^* = 1 - w^* \quad (4)$$

W przypadku występowania błędów kwalifikacji oczekiwane koszty badań przyjmą postać:

$$K_{pr}^*(w) = [(1 - P_a^*(w)) \cdot (N - n) + n] \cdot k_{pr} \quad (5)$$

gdzie:

P_a^* – prawdopodobieństwo przyjęcia partii materiału w przypadku występowania błędów kwalifikacji.

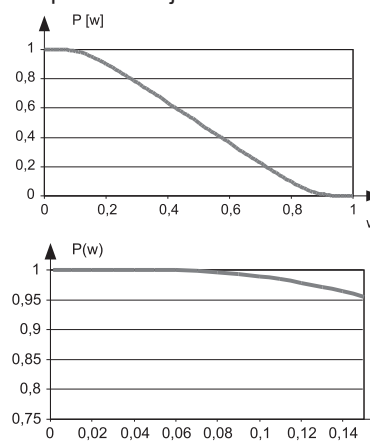
Analiza kosztów badań i oceny

W celu określenia kosztów kontroli odbiorczej przeprowadzono analizę symulacyjną na przykładzie mostu zespolonego: stalowo-betonowego o rozpiętości 96 m, szerokości 14 m i grubości płyty pomostu 0,25 m, w przypadku którego odnotowano błąd kwalifikacji dostarczonego materiału (betonu) na płytę pomostu (tabela oraz wzory 1 i 5). Przyjęto wadliwość wejściową na poziomie 1%, 5%, 7%. Oszacowano koszty badań i oceny przy zadanym poziomie ryzyka odbiorcy i producenta, w przypadku kontroli bezbłędnej, jak również w przypadku błędów kwalifikacji. Założono, że błędy pierwszego i drugiego rodzaju są sobie równe: $\alpha = \beta = 0,05$. W prezentowanych analizach odniesiono się do produkcji ciągłej oraz do wartości wadliwości dopuszczalnej i dyskwalifikującej zapro-

Koszty kontroli badań i oceny dla planu badań 1 || 3

Plan 1 3 Wadliwość (w)	A Kwalifikacja bezbłędna	B Kwalifikacja z błędami	B/A
0,05 Obszar nie-ekonomiczny	301	306	1,02
0,07 Obszar kontrolowany	301	308	1,02
0,10 Obszar niebezpieczny	306	318	1,04

ponowanej przez Taewre [5] na poziomie 5% oraz 10%. Przyjęto dla analizowanego elementu obiektu $N = 8$ (wielkość partii to suma liczby próbek pobieranych jako losowe systematyczne zgodnie z PN-EN 206-1 [2]), próbę o liczebności $n = 3$, plan badań 1 || 3 (rysunek 2) oraz koszt pobrania i badania próbki 100 jednostek.



Rys. 2. Krzywa OC dla planu badań 1 || 3

Wnioski

Przeprowadzona analiza potwierdziła postawioną hipotezę o wpływie błędów kwalifikacji na poziom kosztów kontroli w zakresie badań i oceny. Wartość kosztów kontroli jakości w przypadku występowania błędów kwalifikacji, dla analizowanego planu odbiorczego 1 || 3, o zadanych poziomach ryzyka producenta i odbiorcy, jest porównywalna z kontrolą bezbłędną. Może to być powodem do zaniechania rzetelnych odbiorczych badań i miarodajnej oceny jakości i w konsekwencji do obniżenia jakości produkowanego betonu. Wzrost kosztów kontroli odbiorczej może być większy w przypadku uwzględnienia start na brakach wewnętrznych oraz zewnętrznych.

Literatura

[1] Dziubiński I., Świątkowski T., Poradnik matematyczny, Część 2, PWN, Warszawa, 1985.
 [2] PN-EN 206-1 Beton, Część 1: Wymagania, właściwości, produkcja i zgodność.
 [3] Grant E. L., Statystyczna kontrola jakości, PWE, Warszawa, 1972.
 [4] Chmielińska M., Analiza symulacyjna kosztów kontroli odbiorczej w przypadku występowania błędów kwalifikacji, VI Krakowska Konferencja Młodych Uczonych, Kraków 2011, s. 773 – 782.
 [5] Taerwe L., Evaluation of compliance criteria for concrete strength, Materials and Structures, 1988, 21, s. 13 – 20.
 [6] Brunarski L., Podstawy matematyczne kształtowania kryteriów zgodności wytrzymałości materiałów, Wydawnictwo ITB, Warszawa, 2009.