

dr hab. inż. Anna Halicka, prof. PL<sup>1\*)</sup>  
mgr inż. Łukasz Jabłoński<sup>1)</sup>

# Wpływ klasy szczelności na zbrojenie ścian żelbetowych zbiorników prostopadłościennych

*The influence of watertightness class on the amount of reinforcement area in the walls of prismatic liquid tanks*

DOI: 10.15199/33.2015.09.15

(Oryginalny artykuł naukowy)

**Streszczenie.** W artykule zestawiono w formie algorytmu wymagania normy EC2-3 w zakresie szczelności zbiorników na ciecze. W celu zobrazowania tych wymagań wykonano obliczenia przykładowego zbiornika, kwalifikując go wariantowo do różnych klas szczelności. Wyniki wskazują na zależność przekroju zbrojenia od klasy szczelności oraz na konieczność sprawdzania SG zarysowania w sposób dokładny.

**Słowa kluczowe:** zbiorniki na ciecze, szczelność, zarysowanie.

**Abstract.** In the paper the algorithm complying the EC2-3 rules concerning the watertightness of water tanks is presented. In order to illustrate code conditions the calculations of exemplary rectangular tank were performed. The tank was alternatively qualified to different watertightness classes. On the basis of these calculations the dependence between the reinforcement area and watertightness class may be noticed. The detailed checking of cracking ultimate limit state is recommended by authors.

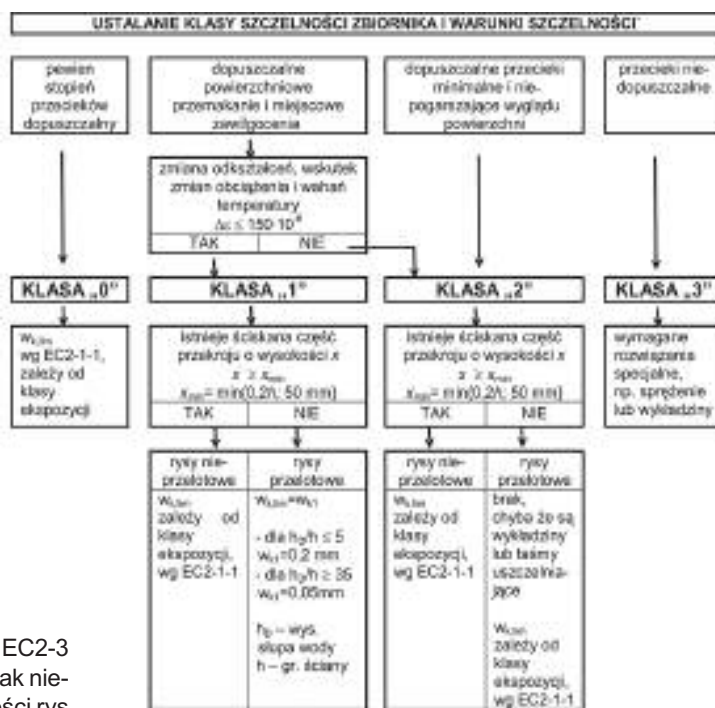
**Keywords:** liquid tank, watertightness, cracking.

Podstawowym wymaganiem użytkowym w odniesieniu do zbiorników na ciecze jest ich szczelność. Spełnienie SG nośności nie jest wystarczające. Do ustalenia grubości ściany i powierzchni zbrojenia konieczna jest analiza SG zarysowania. Norma EC 2-3 [4] traktuje to zagadnienie szczegółowo – zbiorniki są klasyfikowane ze względu na szczelność, a wybór klasy decyduje o tym, jaki warunek SG powinien być sprawdzony (rysunek 1).

W artykule podano wymagania szczelności w odniesieniu do zbiorników prostopadłościennych. Zagadnienie zilustrowano przykładem obliczeniowym, koncentrując się na analizie pracy ścian takich zbiorników w płaszczyznach poziomych, w których dominuje rozciąganie z dużym mimośrodem. Analogiczne rozważania dotyczące zbiorników cylindrycznych były przedmiotem innej pracy autorów [1]. Podobne zagadnienie rozważano też w pracy [2].

## Klasy szczelności zbiorników

Klasyfikację i sposób ustalania klasy szczelności wg EC2-3 przedstawiono na rysunku 1. Zalecenia EC2-3 są jednak niekompletne, ponieważ nie podano ograniczeń szerokości rys przelotowych w zbiornikach z wykładzinami klas „2” i „3” oraz szerokości rys nieprzelotowych w zbiornikach bez wykładzin. Racjonalne wydaje się, aby tę szerokość w obu przypadkach ograniczyć zgodnie z klasą ekspozycji na środowisko zewnętrzne. W przypadku zbiorników prostopadłościennych klasy „2” (ściany rozciągane z dużym mimośrodem) powinna być podjęta decyzja (w uzgodnieniu



Rys. 1. Klasyfikacja zbiorników pod względem szczelności wg EC2-3 [4]  
Fig. 1. Classification of the reinforced concrete tanks regarding the watertightness

z inwestorem po przeprowadzeniu analizy kosztów), dotycząca sposobu postępowania: czy zastosować odpowiednio grube ściany i powierzchnię zbrojenia zapewniającą wymaganą wysokość strefy ścisłanej czy zastosować wykładziny. W przypadku zbiorników cylindrycznych o ścianach rozciąganych osiowo oraz w zbiornikach prostopadłościennych o ścianach rozciąganych z małym mimośrodem,

<sup>1)</sup> Politechnika Lubelska, Wydział Budownictwa i Architektury

<sup>2)</sup> Autor do korespondencji: e-mail: a.halicka@pollub.pl

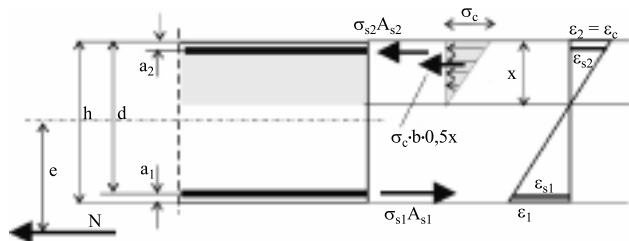
w klasie „2” pozostaje praktycznie jedno rozwiązanie, a mianowicie zastosowanie wykładzin.

W związku z tym, że dopuszczono zapewnienie szczelności przez wykładziny, traci rację bytu tradycyjna próba szczelności wykonywana przed ułożeniem wykładzin, szczególnie że coraz częściej stosowane są wykładziny „wbetonowywane” w ściany.

### Wysokość strefy ściskanej

Zgodnie z EC-2-3, wysokość strefy ściskanej może być określana przy założeniu liniowo-sprężystej pracy materiału. Można ją ustalić na podstawie analizy przekroju zarysowanego (rysunek 2), z równania równowagi momentów zginających względem osi siły:

$$bx^3 - 3b(0,5h + e)x^2 - 6\alpha_c [(A_{s1} + A_{s2})e - A_{s1} \cdot (0,5h - a_1) + A_{s2} \cdot (0,5h - a_2)]x + 6\alpha_c [(A_{s1}d + A_{s2}a_2)e - A_{s1}(0,5h - a_1)d + A_{s2}(0,5h - a_2)a_2] = 0 \quad (1)$$



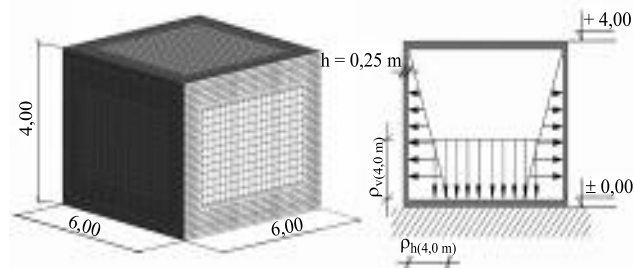
Rys. 2. Schemat sił wewnętrznych i odkształceń w przekroju zarysowanym

Fig. 2. The scheme of internal forces and strains in the cracked cross-section

### Przykład obliczeniowy

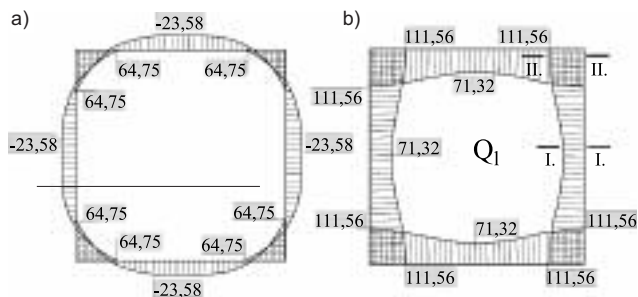
Przedmiotem obliczeń jest zbiornik prostopadłościenny na wodę (rysunek 3). Ściany połączone są monolitycznie z dnem i przekryciem. Na rysunku 4 pokazano rozkłady sił i momentów poziomych w przekroju poziomym. Rozważono dwa sposoby zapewnienia, że dopuszczalna szerokość rysy nie będzie przekroczona (wg EC2-1-1 [2]): obliczenie zbrojenia minimalnego ze względu na zarysowanie i alternatywnie – dokładne obliczenie szerokości rysy.

Dane podstawowe przyjęte do obliczeń: beton klasy C20/25 ( $f_{cd} = 14,3 \text{ MPa}$ ,  $f_{ct, \text{eff}} = 2,2 \text{ MPa}$ ,  $E_{cm} = 30 \text{ GPa}$ );  $f_{yd} = 420 \text{ MPa}$ , grubość ścian  $h = 0,25 \text{ m}$ ,  $a_{s1} = a_{s2} = 0,04 \text{ m}$ ,  $d = 0,21 \text{ m}$ . Zbrojenie minimalne ze względu na nośność wynosi:  $A_{s1, \text{min}} = 0,0013bd = 2,7 \text{ cm}^2$ ;  $A_{s1, \text{min}} = 0,26 (f_{ctm}/f_{yk}) bd = 2,5 \text{ cm}^2$ .



Rys. 3. Schemat rozważanego zbiornika z rozkładem ciśnienia wody na ściany i dno

Fig. 3. Geometry of considered water tank and the distribution of water pressure exerted on the walls and bottom



Rys. 4. Rozkład poziomych momentów zginających  $M_1$  (a) i poziomych sił podłużnych  $Q_1$  (b) w ścianie zbiornika w najbardziej wyciężonym przekroju poziomym zbiornika (wartości w kombinacji podstawowej dla SG nośności), analizowane przekroje ściany: I.-I – przęsłowy, II.-II – narożny

Fig. 4. Distribution of horizontal bending moments  $M_1$  (a) and horizontal longitudinal forces  $Q_1$  (b) in the horizontal cross-section of tank (the values relating to loads combination adequate for Ultimate Limit State): I.-I – span cross-section of the wall, II.-II – corner cross-section of the wall)

**Przekrój przęsłowy.** W kombinacji podstawowej maksymalny moment zginający wyniósł  $M_{l, \text{Ed}} = 23,58 \text{ kN}\cdot\text{m}$ , maksymalna siła rozciągająca  $Q_{l, \text{Ed}} = 71,32 \text{ kN}$  (rysunek 4); mimośród  $e = 0,331 \text{ m}$ ,  $e_{s1} = -0,246 \text{ m}$ ,  $e_{s2} = 0,416 \text{ m}$ . Panuje więc rozciąganie z dużym mimośrodem. Przekrój zbrojenia obliczony ze względu na nośność wynosi:  $A_{s1} = 4,36 \text{ cm}^2 > A_{s1, \text{min}} (\phi 10 \text{ co } 180 \text{ mm})$ ;  $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2 (\phi 10 \text{ co } 270 \text{ mm})$ . Maksymalne siły wewnętrzne w kombinacji quasi-stałej, miarodajnej do sprawdzenia stanów granicznych zarysowania, są równe:  $M_{l, \text{Ed}} = 19,30 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ;  $Q_{l, \text{Ed}} = 58,32 \text{ kN}$ . Mimośród obciążenia  $e = 0,331 \text{ m}$ .

**Klasa szczelności „0”,  $w_{k, \text{lim}} = 0,3 \text{ mm}$ .**

**Podejście pierwsze – zbrojenie minimalne ze względu na zarysowanie.** Obliczając kolejne wielkości:  $k_c = 0,46$ ;  $h_{cr} = (6e + h/12e)h = 0,141 \text{ m}$ ;  $A_{ct} = bh_{cr} = 0,141 \text{ m}^2$  oraz  $\phi_s^* = \phi_s / [(1/2) \cdot (f_{ct, \text{eff}}/2,9) \cdot (k_c h_{cr}/a_{s1})] = 16 \text{ mm}$  (stąd z tabl. 7.2N EC2-1-1  $\sigma_s = 240 \text{ MPa}$ ), uzyskano zbrojenie minimalne ze względu na zarysowanie ( $k = 1,0$ ):

$$A_{s, \text{min}} = (k_c k_f \phi_s^* A_{ct} / \sigma_s) = (0,46 \cdot 1,0 \cdot 2,2 \cdot 0,141 / 240) = 0,000594 \text{ m}^2 = 5,94 \text{ cm}^2 \text{ i przyjęto } A_{s1} = 6,04 \text{ cm}^2 (\phi 10 \text{ co } 130 \text{ mm}).$$

**Podejście drugie – sprawdzenie warunku dopuszczalnej szerokości rysy.** Zbrojenie zwiększono w stosunku do wymaganego ze względu na nośność i przyjęto  $A_{s1} = 4,91 \text{ cm}^2 (\phi 10 \text{ co } 160 \text{ mm})$ . Po rozwiązaniu równania (1) uzyskano wysokość strefy ściskanej  $x = 0,027 \text{ m}$ .

Przyjęto kolejno wielkości:  $c = 35 \text{ mm}$ ;  $k_1 = 0,8$ ;  $k_2 = 0,5$ ;  $k_3 = 3,4$ ;  $k_4 = 0,425$ ;  $h_{ct, \text{eff}} = \min \{2,5(h - d); (h - x)/3\} = 0,074 \text{ m}$ ;  $A_{c, \text{eff}} = bh_{ct, \text{eff}} = 0,074 \text{ m}^2$ ;  $\rho_{p, \text{eff}} = (A_{s1}/A_{c, \text{eff}}) = 0,00663$ ;  $s_{r, \text{max}} = k_3 c + k_1 k_2 k_4 (\phi / \rho_{p, \text{eff}}) = 0,375 \text{ m}$ .

Naprężenia maksymalne w betonie określono z warunku równowagi momentów zginających względem osi przekroju, zgodnie z rysunkiem 2:

$$\sigma_c = \frac{Ne}{0,5xb(0,5h - x/3) + \frac{\alpha_c A_{s1}(0,5h - a_1)(d - x) + \alpha_c A_{s2}(0,5h - a_2)(x - a_2)}{x}} = 5,72 \text{ MPa},$$

naprężenia w zbrojeniu rozciągającym również zgodnie z rysunkiem 2:

$$\sigma_{s1} = \frac{E_s}{E_{cm}} \sigma_c \frac{d - x}{x} = 258,46 \text{ MPa}.$$

Na podstawie różnicy odkształceń zbrojenia i betonu ( $k_t = 0,4$ ):

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ctm}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s} = 599 \cdot 10^{-6} < 0,6 \frac{\sigma_s}{E_s} = 775 \cdot 10^{-6},$$

obliczono szerokość rysy i stwierdzono, że jest mniejsza od wartości dopuszczalnej:

$$w_k = s_{r,max} (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = 0,291 \text{ mm} < w_{k,lim}$$

**Klasa szczelności „1”.** W przypadku  $h_D/h = 4,0/0,25 = 16$  dopuszczalna szerokość rysy przelotowej wynosi  $w_{k1} = 0,145 \text{ mm}$ , a wysokość strefy ściskanej gwarantującej brak rys przelotowych  $x_{min} = (0,2h; 50 \text{ mm}) = 50 \text{ mm}$ .

**Podejście pierwsze – zbrojenie minimalne ze względu na zarysowanie.** W EC2-1-1 [3] podano dane do obliczenia zbrojenia minimalnego jedynie w przypadku  $w_{k,lim} \geq 0,2 \text{ mm}$ , dlatego też nie ma możliwości obliczeń tą metodą.

**Podejście drugie – sprawdzenie warunku dopuszczalnej szerokości rys.** Zwiększono zbrojenie w stosunku do wymaganego ze względu na nośność i przyjęto  $A_{s1} = 7,85 \text{ cm}^2$  ( $\phi 10$  co  $100 \text{ mm}$ ). Rozwiązując równanie (1), uzyskano  $x = 0,032 \text{ m} < x_{min}$ , co oznacza, że istnieje możliwość powstania rys przelotowych. W tej sytuacji  $h_{ct,eff} = 0,073 \text{ m}$ ;  $\rho_{p,eff} = 0,0108$ ;  $s_{r,max} = 0,276 \text{ m}$ ;  $\sigma_c = 4,53 \text{ MPa}$ ;  $\sigma_{s1} = 167,99 \text{ MPa}$ ;  $\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = 504 \cdot 10^{-6}$ , a warunek dopuszczalnej szerokości rysy jest spełniony:  $w_k = 0,139 \text{ mm} < w_{k,lim}$ .

**Klasa szczelności „2”.** Przy zbrojeniu wymaganym ze względu na nośność w zbiorniku powstają rysy przelotowe, a więc należy zastosować wewnętrzne wykładziny. Przekrój zbrojenia ze względu na zarysowanie jest określony jak dla klasy „0”.

**Przekrój narożny.** Maksymalne siły wewnętrzne w kombinacji podstawowej są równe:  $M_{l,Ed} = 64,75 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ;  $Q_{l,Ed} = 111,56 \text{ kN}$  (rysunek 4). Mimośród  $e = 0,58 \text{ m}$ ,  $e_{s1} = -0,495 \text{ m}$ ;  $e_{s1} = 0,665 \text{ m}$ , zatem ściana jest rozciągana z dużym mimośrodem. Przekrój zbrojenia obliczony ze względu na nośność wynosi  $A_{s1} = 10,57 \text{ cm}^2 > A_{s1,min}$  ( $\phi 16$  co  $190$ );  $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$  ( $\phi 10$  co  $270$ ). Siły wewnętrzne w kombinacji quasi-stałej są równe:  $Q_{l,Ed} = 92,13 \text{ kN}$ ;  $M_{l,Ed} = 53,21 \text{ kN}\cdot\text{m}$ . Obliczenia przeprowadzono analogicznie jak w przypadku przekroju przęsłowego. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli.

## Podsumowanie i wnioski

Na podstawie wyników obliczeń sformułowano następujące wnioski:

- zakwalifikowanie zbiornika do konkretnej klasy szczelności wg EC2-3 skutkuje koniecznością spełnienia szczegółowych warunków i z reguły decyduje o konieczności zastosowania wewnętrznych wykładzin lub zwiększenia zbrojenia w stosunku do wymaganego ze względu na nośność;

- obliczanie zbrojenia minimalnego ze względu na zarysowanie obarczone jest niedokładnością. W zbiornikach prostopadłościennych rozciąganych z dużym mimośrodem w klasie „0” i „2” daje ono wyniki zaniżone w stosunku do obliczeń dokładnych polegających na obliczeniu szerokości rys, natomiast w klasie „1” jest niemożliwe do zrealizowania, ze względu na brak danych w EC2-1-1. Naszym zdaniem, szczelność zbiorników na etapie obliczeń należy zapewniać przez sprawdzenie warunku dopuszczalnej szerokości rys, uwzględniającego rzeczywiste naprężenia w zbrojeniu;

## Zestawienie wyników obliczeń

The compilation of calculation results

Klasa szczelności	Zbrojenie ze względu na stan graniczny nośności		Zbrojenie ze względu na stan graniczny szczelności	
	minimalne	obliczone	podejście pierwsze – zbrojenie minimalne	podejście drugie – sprawdzenie dopuszczalnej szerokości rys
Przęsło	„0”		$A_{s1} = 6,04 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $130 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$ : $A_{s1} = 4,91 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $160 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$
	„1”	$A_{s1,min} = 2,7 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 4,36 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $180 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku rysy przelotowej $w_k \leq 0,145 \text{ mm}$ ( $x \leq x_{min}$ ): $A_{s1} = 7,85 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $100 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$
	„2”		$A_{s1} = 6,04 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $130 \text{ mm}$ + wykładzina $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$ ( $x \leq x_{min}$ ): $A_{s1} = 4,91 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $160 \text{ mm}$ + wykładzina $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$
Naroże	„0”		$A_{s1,min} = 7,37 \text{ cm}^2$ z warunku nośności: $A_{s1} = 10,58 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $190 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$ : $A_{s1} = 12,19 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $165 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$
	„1”	$A_{s1,min} = 2,7 \text{ cm}^2$	$A_{s1} = 10,58 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $190 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku rysy nieprzelotowej $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$ ( $x > x_{min}$ ): $A_{s1} = 16,74 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $120 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$
	„2”		$A_{s1,min} = 7,37 \text{ cm}^2$ z warunku nośności: $A_{s1} = 10,58 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $190 \text{ mm}$ + wykładzina $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$	z warunku $w_k \leq 0,3 \text{ mm}$ , ( $x \leq x_{min}$ ): $A_{s1} = 12,19 \text{ cm}^2$ $\phi 16$ co $165 \text{ mm}$ $A_{s2} = 2,90 \text{ cm}^2$ $\phi 10$ co $270 \text{ mm}$

- w klasie „1” konieczność spełnienia warunku dopuszczalnej szerokości rys przelotowych może prowadzić do takiego zwiększenia zbrojenia, które zapewni wysokość strefy ściskanej gwarantującej niepowstanie rys przelotowych.

## Literatura

- [1] Halicka A., Jabłoński Ł.: Klasa szczelności a zbrojenie zbiornika. Inżynieria i Budownictwo nr 3/2015.
- [2] Łapko A., Prusiel J.: Computational control of cracking state in reinforced concrete silo walls. Proceedings of the 8th International Conference for Conveying and Handling of Particulate Solids: CHoPS 2015, May 2015. Tel-Aviv, Izrael.
- [3] PN-EN 1992-1-1:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 1-1: Reguły ogólne i reguły dla budynków.
- [4] PN-EN 1992-3:2008 Eurokod 2: Projektowanie konstrukcji z betonu. Część 3: Silosy i zbiorniki na ciecze.

Przyjęto do druku: 12.08.2015 r.