

dr inż. Czesław Bywalski*
mgr inż. Michał Drzazga*
prof. dr hab. inż. Mieczysław Kamiński*

Obliczanie zginanych elementów zbrojonych prętami FRP

Calculation of bending elements reinforced with FRP bars

Streszczenie. W artykule przedstawiono ogólną charakterystykę prętów FRP stosowanych do zbrojenia zginanych elementów z betonu. Przeanalizowano wytyczne normy kanadyjskiej CSA i amerykańskiej ACI do projektowania tego typu elementów. Na podstawie analizy obliczeniowej wyznaczono różnice w nośnościach na zginanie elementów betonowych zbrojonych prętami GFRP.

Słowa kluczowe: zbrojenie FRP, zginanie, projektowanie konstrukcji betonowych, normy projektowe.

Abstract. This paper presents the general characteristics of FRP re-bars including technical properties and potential use. Furthermore, it contains also the analysis of moment resistance of bending concrete beam reinforced with FRP bars according to the Canadian code (CSA) and the American code (ACI). An algorithm of determining failure mode and moment resistance calculation according to CSA and ACI was presented. Based on the analysis the medium differences of moment resistance (according to CSA and ACI) was determined.

Keywords: FRP reinforcement, flexure, concrete design, codes and standards.

Pręty polimerowe FRP (Fiber Reinforced Polymer) otwierają nowe możliwości przy projektowaniu elementów narażonych na działanie środowisk agresywnych, w tym szczególnie prądów błędzących. Pręty FRP są odporne na działanie środowiska agresywnego, ale jednocześnie tracą właściwości konstrukcyjne w wyniku starzenia żywicy. W prętach tych stosowane są najczęściej włókna węglowe (CFRP), szklane (GFRP) lub aramidowe (AFRP). Włókna zapewniają podłużną wytrzymałość oraz sztywność kompozytu. Natomiast matryca żywiczna scala włókna i rozdziela równomiernie obciążenie na włókna oraz chroni je przed uszkodzeniami mechanicznymi. Właściwości prętów kompozytowych wynikają z jednonierunkowego zorientowania w nich włókien. Pręty FRP charakteryzują się dużą wytrzymałością na osiowe rozciąganie wzdłuż włókien i stosunkowo małą wytrzymałością w kierunku prostopadłym do włókien oraz brakiem możliwości stosowania odgięć (takich jak haki i pętle w prętach stalowych).

Wymiarowanie na zginanie belek zbrojonych prętami FRP

W belkach betonowych zbrojonych prętami FRP wyróżnia się trzy mechanizmy zniszczenia na zginanie: zerwanie prętów FRP; zmiażdżenie betonu i jednoczesne zerwanie prętów FRP oraz

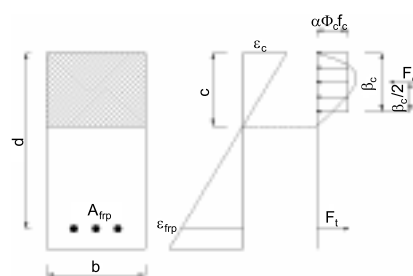
* Politechnika Wroclawska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego

zmiażdżenie betonu [1]. Nośność elementów na zginanie wyznacza się wg tych samych zasad jak elementów żelbetowych [1]. Norma [N1] obejmuje jedynie elementy prostokątne zbrojone prętami FRP w jednym rzędzie. Wskazano w niej na konieczność przeprowadzenia badań elementów o przekroju nieprostokątnym oraz zbrojonych prętami FRP rozmieszczonymi w kilku rzędach. Norma [N2] obejmuje natomiast elementy o przekroju nieprostokątnym, ze zbrojeniem rozmieszczonym w jednym lub więcej rzędach. Normy [N1] i [N2], jako mechanizm zniszczenia w zginanych elementach zbrojonych prętami FRP, zalecają zniszczenie betonu w strefie ściskanej i wprowadzają następujące założenia:

- maksymalne odkształcenia w ściskanym betonie $\varepsilon_{cu} = 3\text{‰}$ [N3] lub $\varepsilon_{cu} = 3,5\text{‰}$ [N4];
- obowiązuje hipoteza płaskich przekrojów;
- pomija się beton w strefie rozciąganej;
- zależność odkształcenie-naprężenie prętów FRP w strefie rozciąganej jest liniowa aż do zniszczenia (czyli w rzędach położonych bliżej osi obojętnej naprężenia będą najmniejsze);
- występuje idealna przyczepność pomiędzy prętami FRP i betonem.

Charakterystyka mechanizmów zniszczenia. Termin „balanced failure strain condition” podawany w [N1] i [N2] oznacza warunki, w których jednocześnie zostaną osiągnięte graniczne odkształcenia w betonie ($\varepsilon_c = \varepsilon_{cu}$) i w zewnętrznej warstwie zbrojenia FRP

($\varepsilon_{frp} = \varepsilon_{frpu}$ – rysunek). Taka sytuacja ma miejsce, gdy stopień zbrojenia $\rho_{frp} = \rho_{frpb}$ [N2], czyli $A_{frp} = A_{frpb}$.



Rozkład odkształceń i naprężeń w zginanym elemencie betonowym zbrojonym prętami FRP

W przypadku elementów betonowych zbrojonych prętami FRP stan odkształceń w przekroju zginanym określane terminem „balanced failure strain condition” należy rozumieć inaczej niż „balanced strain condition” w przypadku zbrojenia klasyczną stałą zbrojeniową. Pręty FRP nie mają cech plastycznych [2], dlatego też następuje ich gwałtowne zerwanie podczas rozciągania, jeśli w elemencie zginanym stopień zbrojenia ρ_{frp} jest mniejszy od granicznego ρ_{frpb} (czyli $\rho_{frp} < \rho_{frpb} \rightarrow A_{frp} < A_{frpb}$). Jest to wprawdzie niepożądany mechanizm zniszczenia, ale akceptowany w normie amerykańskiej [N1] i kanadyjskiej [N2].

Przy przebrojeniu elementu z prętami FRP ($A_{frp} > A_{frpb}$), zniszczenie zginanej belki zbrojonej prętami FRP następuje w ściskanym betonie. Element przed zniszczeniem charakteryzuje się pewnym zachowaniem plastycznym wynikającym

z cech plastycznych betonu. Stąd mechanizm zniszczenia belki zbrojonej prętami FRP jest mniej gwałtowny.

Proces zniszczenia belek żelbetowych zbrojonych stalą zwykłą o minimalnej ciągliwości $\epsilon_{uk} \geq 2,5\%$ przebiega spokojnie, ze względu na występującą w stali granicę plastyczności. Po przekroczeniu granicy plastyczności stal w strefie rozciąganej „prawie płynie” (jest jeszcze tzw. wzmocnienie) i z tego powodu dość szybko przyrasta ugięcie (ale nie gwałtownie), aż do osiągnięcia granicznych odkształceń w betonie strefy ściskanej $\epsilon_{cu} \cong 3,5\%$. Po osiągnięciu odkształceń w betonie $\epsilon_{cu} \geq 3,5\%$ strefa ściskana zgniatą się (ale stal w dalszym ciągu nie osiągnęła wytrzymałości na rozciąganie f_{tk}). W zginanym elemencie żelbetowym ze zbrojeniem $A_{s1} < A_{s,max}$ element sygnalizuje wyraźnie swoje „pierwsze” zniszczenie (osiągnięcie granicy plastyczności w stali) i „drugie”, kiedy przy dalszym wzroście obciążenia zgniatają się głębsze warstwy betonu strefy ściskanej, aż do całkowitego zniszczenia tej strefy.

Wymiarowanie na zginanie elementów zbrojonych prętami FRP. Margines bezpieczeństwa w przypadku wyznaczania nośności na zginanie elementów betonowych zbrojonych prętami FRP podany w normach [N1] i [N2] jest większy niż w przypadku tradycyjnych elementów żelbetowych. Zarówno norma amerykańska [N1], jak i kanadyjska [N2] uzależnia wartość współczynnika zmniejszającego nośność na zginanie od mechanizmu zniszczenia. Procedurę postępowania przy wyznaczaniu nośności zginanych elementów zbrojonych prętami FRP wg norm [N1] i [N2] przedstawiono w tabeli.

Do określenia różnicy wartości momentów zginających obliczonych wg norm ACI [N1] oraz CSA [N2] przyjęto belkę prostokątną o przekroju 180×300 mm zbrojoną prętami FRP (założono, że element jest nieosłonięty przed działaniem czynników zewnętrznych). Belka wykonana jest z betonu klasy C30/37 i zbrojona prętami GFRP o $f_{fu}^* = f_{fpu} = 630$ MPa, $\epsilon_{fu} = \epsilon_{fpu} = 0,001575$, $E_f = E_{fp} = 400000$ MPa. Założono otulinę $c = 30$ mm i średnicę strzemion $\varnothing 8$ mm. Przeanalizowano przypadek zmiażdżenia betonu (zbrojenie $3\varnothing 20$ mm GFRP) i zerwanie prętów GFRP (zbrojenie $2\varnothing 16$ mm GFRP). Nośność wyznaczono z uwzględnieniem wszystkich współczynników (w tym Φ).

Algorytm wyznaczania nośności na zginanie wg normy [N1] i [N2]

Procedura		Norma amerykańska ACI [N1]	Norma kanadyjska CSA [N2]
Wytrzymałość prętów FRP na zerwanie		$f_{fu} = c_E \cdot f_{fu}^*$	f_{fpu}
Stopień zbrojenia belki		$\rho_f = \frac{A_f}{bd}$	$\rho_{fp} = \frac{A_{fp}}{bd}$
Graniczny stopień zbrojenia prętami FRP		$\rho_{fb} = 0,85 \frac{f_c'}{f_{fu}} \beta_1 \frac{E_f \epsilon_{cu}}{E_f \epsilon_{cu} + f_{fu}}$	$\rho_{fpb} = \alpha_1 \beta_1 \frac{\Phi \epsilon_c f_c'}{\Phi_f f_{fpu}} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fpu}} \right)$
$\rho_{fb} < \rho_f$ Zniszczenie betonu	Naprężenia w rozciągającym zbrojeniu FRP	$f_f = [\sqrt{A+B}-C] \leq f_{fu}$ $A = \frac{(E_f \epsilon_{cu})^2}{4}$ $B = \frac{0,85 \beta_1 f_c' E_f \epsilon_{cu}}{\rho_f}$ $C = 0,5 E_f \epsilon_{cu}$	$f_{fp} = A[\sqrt{1+B}-1]$ $A = 0,5 E_{fp} \epsilon_{cu}$ $B = \frac{4 \alpha_1 \beta_1 \Phi f_c'}{\rho_{fp} \Phi_f f_{fpu}}$
	Nośność elementu na zginanie	$M_n = \rho_f f_f \left(1 - 0,59 \frac{\rho_f f_f}{f_c'} \right) b d^2$	$c = \frac{\alpha_1 \beta_1 \Phi f_c' b}{A_{fp} \Phi_f E_{fp} \epsilon_{cu}}$ $M_r = \alpha_1 \beta_1 \Phi_f f_c' b c \left(d - \frac{c \beta_1}{2} \right)$
$\rho_{fb} > \rho_f$ Zerwanie prętów FRP	Odległość skrajnych włókien ściskanych od osi obojętnej (położenie osi obojętnej)	$c = \frac{A_f f_{fu}}{\beta_1 f_c' b}$	$c = \frac{\rho_{fp}}{\rho_{fpb}} \left(\frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_{fu}} \right) d$, $\epsilon_c = \frac{c}{d-c} \epsilon_{fpu}$ dobranie c drogą iteracji, tak aby współczynniki $\alpha(c)$ i $\beta(c)$ wg tabeli z [3] spełniały warunek: $\beta(c) \alpha(c) = \frac{A_{fp} \Phi_f f_{fpu}}{\Phi_f f_c' b}$
	Nośność elementu na zginanie	$M_n = A_f f_{fu} \left(d - \frac{\beta_1 c}{2} \right)$	$M_r = \Phi_{fp} A_{fp} f_{fpu} \left(d - \frac{\beta(c)c}{2} \right)$
Współczynnik redukcji		$\Phi = \begin{cases} 0,55 & \text{dla } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ 0,3 + 0,25 \frac{\rho_f}{\rho_{fb}} & \text{dla } \rho_{fb} < \rho_f < 1,4 \rho_{fb} \\ 0,65 & \text{dla } \rho_f \geq 1,4 \rho_{fb} \end{cases}$	$\Phi = \begin{cases} 1,5 & \text{dla } \rho_f \leq \rho_{fb} \\ 1,0 & \text{dla } \rho_f > \rho_{fb} \end{cases}$
Warunek nośności elementu na zginanie		$\Phi M_n \geq M_u$	$M_r \geq \Phi M_i$
Oznaczenia różne dla norm [N1] i [N2]		C_E – średniowy współczynnik redukcji, zależny od typu włókien oraz środowiska; f_{fu}^* – gwarantowana wytrzymałość prętów FRP na rozciąganie $f_{fu}^* = f_{u,ave} - 3\sigma$ [MPa]; $f_{u,ave}$ – średnia wytrzymałość prętów FRP na rozciąganie [MPa]; σ – odchylenie standardowe; β_1 – współczynnik do określania zasięgu strefy ściskanej, zależny od wytrzymałości betonu	α_1 – współczynnik średnich naprężeń w betonie przy prostokątnym wykresie naprężeń; $\beta(c)$ $\alpha(c)$ – współczynniki do określania zasięgu strefy ściskanej oraz średnich naprężeń w betonie przy uproszczonym wykresie naprężeń; Φ_c – współczynnik materiałowy odporności dla betonu; Φ_{fp} – współczynnik materiałowy odporności dla FRP

Oznaczenia wspólne: f_{fpu} ; f_{fu} – wytrzymałość na rozciąganie pręta FRP [MPa]; ρ_{fb} ; ρ_f – stopień zbrojenia belki; A_f ; A_{fp} – powierzchnia zbrojenia FRP [mm²]; b – szerokość prostokątnego przekroju belki [mm]; d – wysokość użyteczna [mm]; ρ_{fpb} ; ρ_{fb} – graniczny stopień zbrojenia FRP; f_c' – wytrzymałość betonu na ściskanie [MPa]; f_f ; f_t – naprężenia w rozciągającym zbrojeniu FRP [MPa]; E_f ; E_{fp} – moduł sprężystości prętów FRP [MPa]; ϵ_{cu} – odkształcenia graniczne w betonie; ϵ_{fpu} ; ϵ_{fu} – odkształcenia graniczne FRP przy zerwaniu; M_i ; M_r – nośność na zginanie elementu [Nm]; M_u ; M_n – moment zginający [Nm]; Φ – współczynnik uwzględniający redukcję nośności na zginanie; c – zasięg strefy ściskanej [mm]; β_1 – współczynnik do określania zasięgu strefy ściskanej, zależny od wytrzymałości betonu

Z obliczeń wynika, iż w przypadku nieprzebrojenia belki prętami FRP (chodzi o zerwanie prętów FRP), wg normy kanadyjskiej [N2] otrzymano nośność na zginanie $M_r = 27,33$ kNm, natomiast wg normy amerykańskiej [N1] $M_n = 23,17$ kNm. Nośność belki na zginanie policzona wg założeń normy [N2] jest więc większa o 18% od policzonej wg normy [N1], co należy tłumaczyć większymi współczynnikami redukcyjnymi oraz uproszczoną metodą obliczania zasięgu strefy ściskanej sugerowaną w [N1]. W przypadku gdy mechanizmem zniszczenia będzie zmiażdżenie betonu (przebrojenie elementu), nośność wyznaczona wg normy [N2] wynosi 44,50 kNm, a wg [N1] – 41,15 kNm. Różnica nośności wynosi ok. 8%, co jest logiczne, gdyż do wyznaczania noś-

ności obliczeniowej bierze się siłę w strefie ściskanej betonu równą wartości granicznej).

Literatura

[1] Faza S. S., GangaRao H. V. S.: Theoretical and Experimental Correlation of Behavior of Concrete, Fiber-Reinforced-Plastic Reinforcement for Concrete Structures-International Symposium, SP-138, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp. 599 – 614, 1993.
 [2] Theriault M., Benmokrane B.: Effects of FRP Reinforcement Ratio and Concrete Strength on Flexural Behavior of Concrete Beams”, Journal of Composites for Construction, V. 2, No. 1, pp. 7 – 16, 1998.
 [3] Newhook J.: Reinforcing Concrete Structures with Fibre-Reinforced Polymers, ISIS Canada Corporation, grudzień 2006.
 [N1] ACI 440.1R-06 Guide for the Design and Construction of Structural Concrete Reinforced with FRP Bars.
 [N2] CSA S806-02 Design and Construction of Building Components with Fiber Reinforced Polymers.