

dr hab. inż. Eugeniusz Hotała, prof. PWr.\*  
 dr inż. Łukasz Skotny\*  
 inż. Igor Druźbiak\*  
 inż. Joanna Boniecka\*

# Analiza zachowania się stalowego płaszcza silosu wg różnych procedur normowych

*Behavior analysis of steel silo shell according to different code defined procedures*

**Streszczenie.** Norma EN 1993-1-6 przewiduje w wielu przypadkach analizowanie nośności stalowych powłok silosów za pomocą numerycznej analizy globalnej. W artykule omówiono specyfikę analizy walcowych płaszczy silosów stalowych na podstawie różnych analiz numerycznych opisanych w normie, zastosowanych w przypadku realnego stalowego silosu na popiół.

**Słowa kluczowe:** analiza numeryczna, silos metalowy, stateczność powłok

**Abstract.** Code EN 1993-1-6 allows in many cases for design of silos with global numerical analysis. In this paper specificity of analysis of steel silo shell with various numerical procedures described in code are being discussed, based on example of real silos containing power plant ash.

**Keywords:** numerical analysis, steel silo, shell stability.

Norma EN 1993-1-6 wprowadza nową możliwość analizy zachowania się stalowych konstrukcji powłokowych z zastosowaniem globalnej analizy numerycznej GMNIA. W odróżnieniu od klasycznie rozumianego wymiarowania powłok, analiza globalna praktycznie w całości bazuje na analizach numerycznych, bez zastosowania wzorów. W artykule zaprezentowano poszczególne kroki takiej analizy, wykorzystując realny przykład walcowego silosu stalowego na popiół denny o średnicy  $D = 6$  m, wysokości komory  $H = 12$  m i nachyleniu leja  $60^\circ$  (mierzonym od poziomu), którego płaszcz jest podparty na sześciu równomiernie rozstawionych słupach. Walcowa powłoka płaszcza silosu miała grubość  $t = 10$  mm. Obciążenie płaszcza i leja silosu składało się wyłącznie z symetrycznego obciążenia normowego od popiołu wypełniającego silos podczas jego opróżniania. Zaprezentowano wyniki wielu analiz (LA, LBA, ..., GMNA), które na ogół powinny poprzedzać prezentowaną zasadniczą analizę GMNIA.

## Numeryczny model konstrukcji silosu

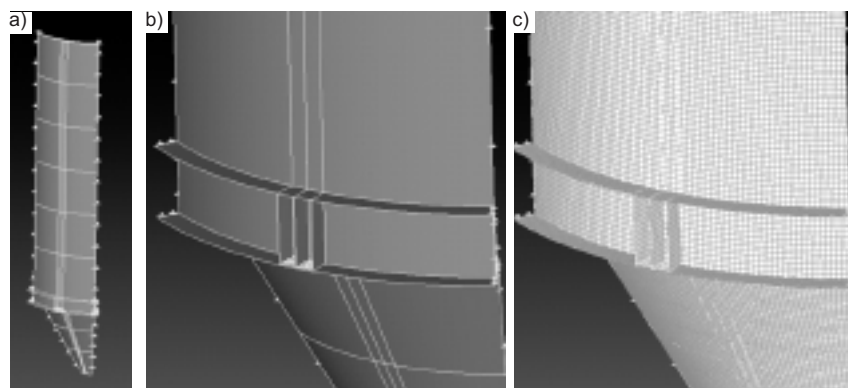
Pierwszym krokiem analizy było stworzenie dokładnego modelu numerycznego wymiarowanej powłoki

płaszcza z pierścieniami i żebrami oraz lejem (rysunek 1). Kolejnym etapem w budowie modelu jest wprowadzanie obciążeń i ich kombinacji, określonych w normach przedmiotowych. W prezentowanym modelu wprowadzono normowe symetryczne parcia materiału wypełniającego na płaszcz i lej silosu.

W analizowanym przykładzie zamodelowano jedynie 1/6 całego silosu (rysunek 1) z uwagi na symetryczny rozkład podpór, gdyż skraca to czas obliczeń i nie ma wpływu na dokładność wyników obliczeń [1], o ile nie występuje niedokładność oparcia np. wskutek nierównomiernego osiadania fundamentów [2]. Nie zaleca się, aby pionowe krawędzie modelu były w osi podpory.

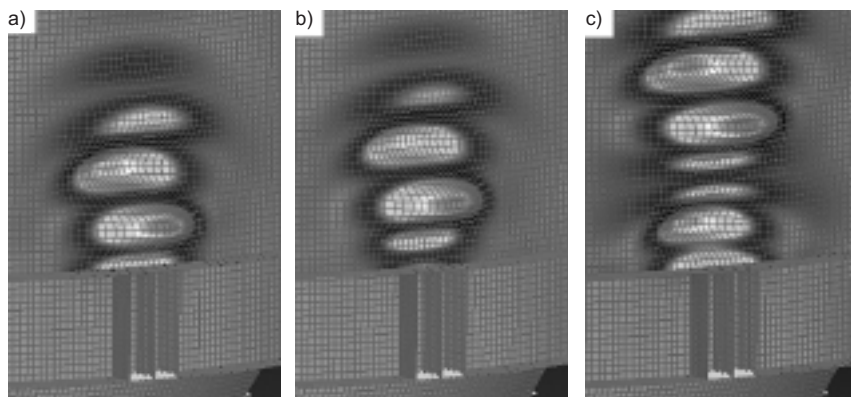
## Analizy liniowe LA i LBA

Podstawowa analiza liniowa LA pozwala na uzyskanie rozkładu naprężeń w modelu, co jest wymagane w analitycznym wymiarowaniu powłok silosów zgodnie z PN-EN 1993-4-1. Dodatkowo uzyskuje się wartości naprężeń i przemieszczeń dla obciążeń obliczeniowych, które na późniejszym etapie omawianej analizy stanowią bazę do wyznaczania poszczególnych mnożników obciążenia, gdyż w danym kroku analiz uzyskany mnożnik obciążenia odnosi się do wartości stosunku uzyskanych pionowych przemieszczeń do przemieszczeń uzyskanych z analizy LA (wartość tego stosunku oznaczano w artykule jako  $\Delta_r$ ). Innym stosowanym rodzajem analizy liniowej



Rys. 1. Model numeryczny silosu: a) widok ogólny, b) pierścień obwodowy, c) przykładowa siatka ES

\* Politechnika Wrocławska, Wydział Budownictwa Lądowego i Wodnego



Rys. 2. Pierwsze trzy formy utraty stateczności uzyskane z analizy LBA. Mnożniki obciążenia krytycznego: a) 5,38; b) 5,55, c) 6,66

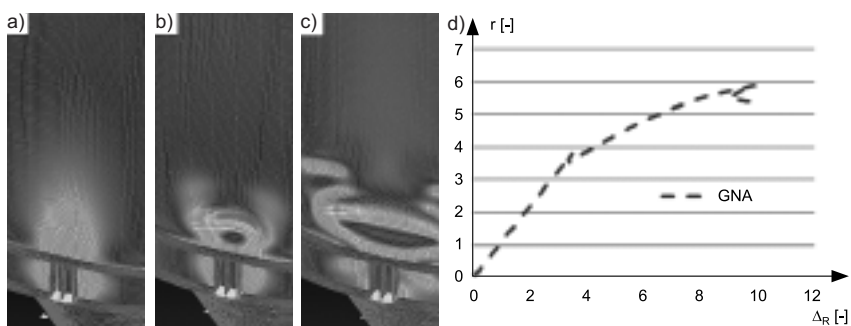
jest liniowo-sprężysta analiza bifurkacyjna LBA. W wyniku tej analizy otrzymano wartości własne analizowanej powłoki, czyli wartości mnożnika obciążenia wprowadzonych w modelu (rysunek 2), przy których nastąpi utrata jego stateczności. Należy jednak zaznaczyć, że analiza LBA daje, w przypadku powłok, jedynie przybliżone wyniki, a zarówno uzyskany mnożnik obciążenia, jak i forma utraty stateczności nie są dokładne. Analiza LBA służy jedynie weryfikacji, w którym miejscu w konstrukcji powłokowej należy spodziewać się utraty stateczności w pierwszej kolejności (rysunek 2).

### Analiza geometrycznie nieliniowa GNA

W analizie tej uzyskuje się ścieżkę równowagi statycznej dla idealnej powłoki bez uwzględnienia plastycznych właściwości materiału, a na jej podstawie można uzyskać mnożnik obciążenia  $r_{GNA}$ . Sam mnożnik nie jest potrzebny do wyznaczenia finalnej nośności analizowanej konstrukcji powłokowej, niemniej analiza GNA pozwala na rozpoznanie miejsc narażonych na utratę stateczności (powinny pokrywać się z wynikami analizy LBA). Analiza ta, w porównaniu z wynikami analiz GNIA, daje również informację o wrażliwości konstrukcji na imperfekcje, co pozwala dobrać ich odpowiedni rozkład.

Warto zwrócić uwagę na to, że forma utraty stateczności w badanym modelu (rysunek 3b) znacznie się różni od uzyskanej z analizy LBA (rysunek 2a). Wartość mnożnika obciążenia przy pierwszej utracie stateczności również nie pokrywa się w obu analizach ( $r_{GNA} = 3,78 < r_{LBA} = 5,38$ ), natomiast lokalizacja wyboczenia jest ta sama.

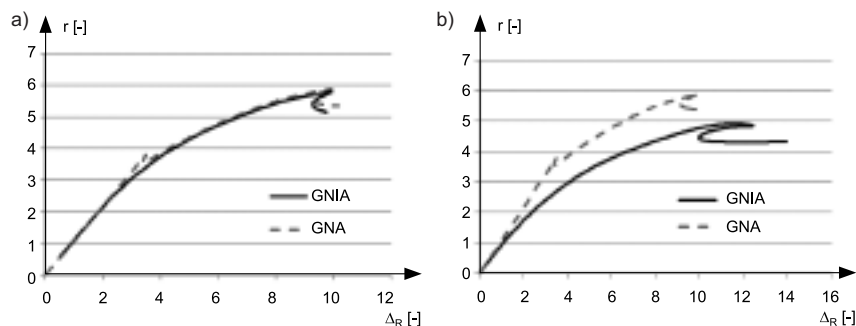
W analizie GNA uzyskuje się na ogół wzmocnienie powłoki po pierwszej utracie stateczności (rysunek 3c), co jest związane z brakiem plastycznych właściwości materiału w tej analizie. W rzeczywistości (a także w analizach uwzględniających plastyczne właściwości stali) takie zjawisko nie ma miejsca.



Rys. 3. Model w kolejnych fazach analizy GNA: a) faza sprężysta; b) utrata stateczności części przyporowej; c) utrata stateczności kolejnego fragmentu powłoki; d) ścieżka równowagi statycznej

### Analiza geometrycznie nieliniowa z imperfekcjami GNIA

Właściwy dobór rozkładu imperfekcji w modelach numerycznych powłok jest zagadnieniem bardzo złożonym i prezentowanym m.in. w pracach [3, 4, 5].



Rys. 4. Ścieżki równowagi statycznej w analizie GNIA oraz GNA: a) imperfekcje obejmujące wyłącznie obszar pierwszego wyboczenia (rysunek 3b); b) imperfekcje obejmujące cały model

Najczęściej przyjmuje się wariantowo kilka różnych rozkładów imperfekcji. W prezentowanej analizie skalowano formy odkształcenia konstrukcji w różnych stadiach poszczególnych analiz i importowano je do modelu numerycznego jako imperfekcje wstępne. Warto zaznaczyć, że importowanie wyników z analizy LBA skutkuje zazwyczaj zwiększeniem nośności modelu, a nie jej obniżeniem z uwagi na znaczne różnice pomiędzy odkształceniami uzyskanymi z tej analizy a odkształceniami z analiz GNA i GNIA (rysunek 4).

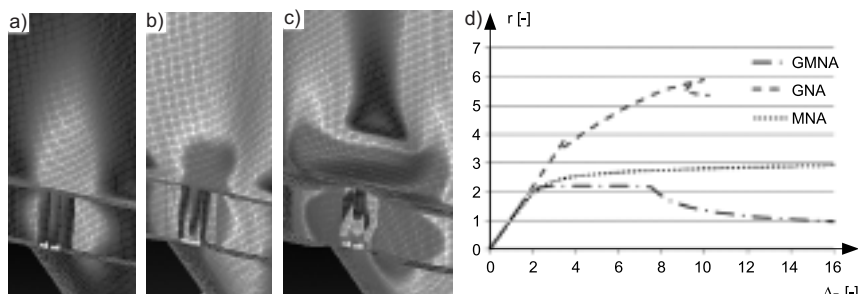
Na rysunku 4a przedstawiono ścieżkę równowagi statycznej dla modelu, w którym wprowadzono imperfekcje jedynie w obszarze pierwszego wyboczenia. Analizując rysunek 4a, można przypuszczać, że nośność analizowanej powłoki walcowej praktycznie się nie zmieniła, a dzieje się tak z powodu wzmocnienia „spręży-

stego”, które nie występuje w rzeczywistych konstrukcjach. Aby unikać problemów z tym zjawiskiem, ustalono w PN-EN 1993-1-6 tolerowaną deformację  $\beta$ , po przekroczeniu której uznaje się model za zniszczony. W analizowanym przykładzie walcowej powłoki płaszcza silosu deforma-

cję tę uzyskano oczywiście przy mnożniku mniejszym niż w analizie GNA, a konkretnie  $r_{GNIA} = 3,53$ .

### Analiza fizycznie nieliniowa MNA i GMNA

Analiza fizycznie nieliniowa GMNA (rysunek 5) pozwala na określenie, w jakim stopniu uplastycznienie modelu będzie wpływało na nośność analizowanej powłoki. W przypadku powłok podpartych równomiernie lub na znacznej części obwodu uplastycznienie odgrywa niewielką rolę w wyznaczaniu nośności powłoki (stąd  $r_{MNA} \gg r_{GNIA}$ ). Natomiast w analizowanym przypadku uplastycznienie odgrywa dużą rolę z uwagi na brak pionowego uźebrowania powłoki połączone ze stosunkowo małą szerokością podpór (głowic słupów).



Rys. 5. Model w kolejnych fazach analizy GMNA: a) faza sprężysta; b), c) kolejne fazy uplastycznienia; d) ścieżka równowagi statycznej

W analizie MNA uzyskanie mnożnika obciążenia krytycznego może być problematyczne z uwagi na to, że ścieżka równowagi statycznej bardzo często wznosi się nieznacznie, mimo bardzo dużych przemieszczeń. W takiej sytuacji przy wyznaczaniu  $r_{Rpl}$  zastosowano metodę „modified Southwell plot”, szerzej opisaną w [6], i ostatecznie uzyskano wynik  $r_{Rpl} = 3,05$ , oraz  $r_{GMNA} = 2,20$ .

### Analiza GMNIA

Ostatnią fazą numerycznej analizy zachowania się powłoki jest analiza GMNIA. Po uprzednim wykonaniu wcześniej opisanych analiz wiadomo było, czy w danym przypadku uplastycznienie będzie miało duży wpływ na utratę stateczności oraz jak wrażliwa na imperfekcje jest powłoka płaszcza silosu. W przedstawionym przypadku zauważono, że wpływ lokalnego uplastycznienia płaszcza na wynik analiz będzie bardzo duży oraz że w przypadku jego uwzględnienia powłoka wybacza się na zewnątrz, tworząc tzw. stopę słonia. W zaistniałej sy-

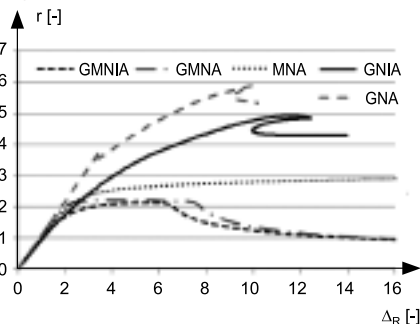
tacji należało więc zmodyfikować rozkład imperfekcji tak, by w finalnej analizie ułatwić on utratę stateczności powłoki. Na etapie analizy GNIA nie dałoby się wykryć tego zjawiska i zastosowane ostatecznie imperfekcje w tej analizie dałyby zbyt zawyżoną wartość nośności.

Ostatecznym wynikiem numerycznej analizy powłoki jest seria wykresów (rysunek 6), które zawierają informację o zachowaniu się walcowego płaszcza silosu podczas zwiększania jego obciążenia. W analizowanym przypadku uzyskano mnożnik obciążenia  $r_{GMNIA} = 2,13$ . Zgodnie z PN-EN 1993-1-6 redukuje się jeszcze wartość tego mnożnika współczynnikiem  $\gamma_{M1} = 1,1$  oraz współczynnikiem kalibracji  $k_{GMNIA}$ , zależnym od obliczeń porównawczych (czyli tzw. benchmarków). Ostatecznie stopień

wykorzystania nośności analizowanej konstrukcji płaszcza silosu z uwagi na możliwość utraty stateczności pod wpływem zadanego obciążenia można określić jako:

$$\frac{1}{r_{Rd}} = \frac{\gamma_{M1}}{r_{GMNIA} \cdot k_{GMNIA}} = 51,6\%$$

W klasycznej analizie stateczności tego płaszcza, wykonanej zgodnie z zapisami PN-EN 1993-4-1, stopień wykorzystania warunku nośności z uwagi na stateczność jest wyraźnie większy i wynosi ok. 74%, a specyfikę wymiarowania powłok zgodnie z tą normą opisano w [7].



Rys. 6. Wynikowe ścieżki równowagi statycznej analizowanego płaszcza silosu

### Podsumowanie

Numeryczna analiza zachowania się powłok silosów stalowych jest bardzo ciekawą alternatywą dla klasycznego sposobu wymiarowania, w którym wykorzystuje się dość proste wzory. Analiza ta wymaga jednak od projektanta dużej wiedzy z dziedziny analiz numerycznych oraz specjalistycznego oprogramowania. Jest to też procedura stosunkowo czasochłonna i żmudna. Niewątpliwą zaletą wyboru tej numerycznej metody jest duża dokładność analizy, gdyż klasyczne wzory dotyczące stateczności powłok dotyczą prostych przypadków konstrukcji. W przypadku, gdy zastosujemy je do złożonych konstrukcji, to uzyskamy na ogół zbyt duże zapasy bezpieczeństwa [8], co skutkuje zwiększeniem ciężaru projektowanej konstrukcji silosów. W analizach numerycznych uwzględnia się szczegółowo konkretny przypadek konstrukcyjny, co sprawia, że uzyskany wynik analiz można uznać za dokładny dla tego przypadku. W konsekwencji umożliwia to optymalizację konstrukcji silosów.

### Literatura

[1] Komann S.: Stabilität von diskret gestützten, axialbelasteten, dünnwandigen Kreiszyllinderschalen aus Stahl, BTU Cottbus, Schriftenreicht Stahlbau, Heft 4/2005.  
 [2] Nowak D. L.: Nośność graniczna silosu metalowego w obszarze oparcia na słupie, Wydawnictwo Instytutu Budownictwa Politechniki Wrocławskiej, Praca doktorska, Raport serii PRE 16/2007, Wrocław 2007.  
 [3] Teng J. G. and Rotter J. M.: Buckling of Thin Shells: An Overview. Buckling of Thin Metal Shells. Eds: J. G. Teng and J. M. Rotter. London 2004.  
 [4] Song C. Y., Teng J. G. and Rotter J. M.: Imperfection Sensitivity of Thin Elastic Cylindrical Shells Subject to Partial Axial Compression. International journal of solids and structures 41, 2004.  
 [5] Huebner A., Teng J. G. and Saal H.: Buckling Behaviour of Large Steel Cylinders with Patterned Welds. International Journal of Pressure Vessels and Piping 83 (1), 2006.  
 [6] Doerih C., Rotter J. M.: Accurate Determination of Plastic Collapse Loads From Finite Element Analyses, Journal of Pressure Vessel Technology Vol. 133, ASME 2010.  
 [7] Hotała E., Skotny Ł.: Stan graniczny niestateczności walcowych powłok silosów stalowych opartych na podporach odcinkowych, Materiały Budowlane 1/2014.  
 [8] Sadowski A. J., Rotter J. M.: Steel silos with different aspect ratios: I – Behaviour under concentric discharge, Journal of Constructional Steel Research Vol. 67, Elsevier 2011.